Institut für Thermodynamik
Technische Universität Braunschweig
Prof. Dr. Jürgen Köhler

30. Juli 2011

Klausur zur Vorlesung

Wärme- und Stoffübertragung

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- und Gedankengang muss erkennbar sein!
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.
Hilfsmittel sind zugelassen, Verwenden Sie, sofern benötigt, die Gröberdiagramme aus dem Skript. Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

Aufgabe 1: *Strahlendes Auto* 13 von 50 Punkten

Kurzfrage: Ein Erfinder behauptet, einen opakes Material herstellen zu können, dass einen Reflektionskoeffizienten von $\rho = 0{,}3$ hat und das 50% der auftreffenden Strahlung absorbiert. Bewerten Sie diese Aussage!

Ein dunkelblaues Auto, dessen gesamte Oberfläche aufgrund einer Fahrt an einem sonnigen Tag eine Temperatur von $t = 35°C$ hat, wird in einer ansonsten leeren, quaderförmigen Tiefgarage geparkt, die eine Höhe von $H = 2\,m$, eine Länge von $L = 30\,m$ und eine Breite von $B = 20\,m$ hat.

Das Auto habe einen Sichtfaktor von $F_{A,A} = 0{,}025$ auf sich selbst. Die Garagenwände (inkl. Decke und Boden) haben einen Sichtfaktor von $F_{G,A} = 0{,}01$ auf das Auto. Die Oberfläche des Autos habe überall einen Emissionskoeffizient von $\epsilon_A = 0{,}8$. Eventuell weitere vorhandene Flächen können vernachlässigt werden.

a) Wie groß ist die Oberfläche des Autos?

b) Berechnen Sie die gesamte hemisphärische, spezifische Ausstrahlung des Autos.

c) Das Auto gibt einen Strahlungswärmestrom von $\dot{Q} = 1{,}2\,kW$ an die Garage ab. Bestimmen Sie so gut wie mit den gegeben Angaben möglich die Temperatur der Garagenwände.

d) Welche Angabe fehlt Ihnen, um eine genauere Lösung zu ermitteln?

e) Aus welchen Gründen kann es sinnvoll sein, einen Auto-Lack mit einem niedrigen Emissionskoeffizienten zu wählen?

KF: Die Summe aus Reflektionskoeffizient, Absorptionskoeffizient und Transmissionskoeffizient muss immer gleich Eins sein. Opak bedeutet, dass der Transmissionskoeffizient gleich Null ist. Ist der Reflektionskoeffizient wie in der Aufgabe gegeben $\rho = 0{,}3$, so MUSS der Absorptionskoeffizient gleich 0,7 sein, also müssten 70% der auftreffenden Strahlung absorbiert werden. Also erzählt der Erfinder Unsinn.

a) Die Oberfläche der Garage beträgt $A_G = 2 * (20 * 2 + 30 * 20 + 30 * 2)m^2 = 1400m^2$.

Es gilt $F_{A,A} + F_{A,G} = 1 \Rightarrow F_{A,G} = 0,975$ (Summenbeziehung)

und $A_A F_{A,G} = A_G F_{G,A} \Rightarrow A_A = 14,36m^2$ (Reziprozitätsbeziehung)

b) $M_A = \varepsilon_A \sigma T^4 = 408,99\, W/m^2$

c) Da $F_{A,G}$ fast eins ist ist, gilt: $\dot{Q}_{A,G} = \frac{\sigma A_A (T_A^4 - T_G^4)}{\frac{1}{\varepsilon_A} + \frac{A_A}{A_G}(\frac{1}{\varepsilon_G} - 1)}$

Mit $A_G >> A_A$ ergibt sich daraus

$\dot{Q}_{A,G} = \sigma \varepsilon_A A_A (T_A^4 - T_G^4) \Rightarrow T_G = (\frac{\dot{Q}_{A,G}}{\sigma \varepsilon_A A_A} + T_A^4)^{1/4} = 291,0\, K = 17,9°C$

d) Bei Kenntnis der Größe ε_G wäre eine genauere Lösung ohne das Einarbeiten der Vereinfachung $A_G >> A_A$ möglich gewesen.

e) Wenn ε klein ist, ist auch α klein. An sonnigen Tagen wird also weniger Strahlung absorbiert (, sondern mehr reflektiert) und das Auto heizt sich nicht so stark auf.

Aufgabe 2: *Gemischte Fragen* 18 von 50 Punkten

Kurzfrage: Rosenow schlägt zur Bestimmung der typischen Geschwindigkeit beim Blasensieden folgende Berechnungsvorschrift vor: $w = \frac{\dot{q}_w}{\rho_f h_{fg}}$. Welche Geschwindigkeit wird damit beschrieben?

Beantworten Sie die folgenden, voneinander unabhängigen Fragen. Nutzen Sie, falls benötigt, folgende Wärmekapazität von flüssigem Wasser: $c_{H_2O} = 4{,}18\,\frac{kJ}{kg\,K}$

a) Gesättigter Wasserdampf ($\dot{m} = 20\,\frac{g}{s}$) strömt bei $p = 1\,bar$ durch ein Stahlrohr, das senkrecht zum Boden verläuft und einen Durchmesser von $D = 30\,mm$ besitzt. Das Rohr wird von außen gekühlt, so dass 30% des Wasserdampfs beim Durchströmen des Rohrs an der Rohrinnenwand kondensiert. Die Wandtemperatur (Innenseite des Rohrs) ist bekannt: $95°C$. Wie lang ist das Rohr?

b) Wasser ($\dot{m} = 10\,\frac{g}{s}$) strömt durch ein Bleirohr mit einem Innendurchmesser von $d_i = 40\,mm$ und einer Wandstärke von $3\,mm$. Der Wärmeübergangskoeffizient auf der Innenseite beträgt $\alpha_i = 40\,\frac{W}{m^2K}$ und der Wärmeübergangskoeffizient auf der Außenseite beträgt $\alpha_a = 10\,\frac{W}{m^2K}$. Das Wasser tritt in das Rohr mit einer Temperatur von $t_1 = 50°C$ ein. Die Umgebungsluft hat eine Temperatur von $t_U = 20°C$. Stellen Sie eine DGL auf, die die Veränderung der Wassertemperatur mit dem im Rohr zurückgelegten Weg beschreibt. Welche Temperatur hat das Wasser, nachdem es das $25\,m$ lange Rohr durchlaufen hat?

c) Durch einem Gleichstromwärmeübertrager fließen zwei Wasserströme ($\dot{m}_1 = 200\,\frac{g}{s}$ und $\dot{m}_2 = 120\,\frac{g}{s}$) Diese beiden Ströme treten mit den Temperaturen $t_1 = 20°C$ und $t_2 = 80°C$ in den Wärmeübertrager ein. Der kA-Wert des Wärmeübertragers beträgt $1800\,\frac{W}{K}$. Bestimmen Sie mit einem geeigneten Diagramm aus dem Skript die Austrittstemperaturen der beiden Ströme grafisch. Notieren Sie dazu, welches Diagramm Sie verwenden, mit welchen Werten Sie in das Diagramm hineingehen und welche Werte Sie aus dem Diagramm ablesen.

KF: Die Geschwindigkeit, mit der sich die Flüssigkeit zur Heizplatte bewegt.

a)
Es gilt: $\dot{Q} = \dot{m} * 0{,}3 * \Delta h_v = 13,5384kW$
Ebenfalls gilt: $\dot{Q} = \alpha A(99,63°C - 95°C)$

Gleichsetzen ergibt:$\alpha A(99,63°C - 95°C) = 13,5384kW$
$\Leftrightarrow \alpha\pi DL(99,63°C - 95°C) = 13,5384kW$

Der mittlere Wärmeübergangskoeffizient α_m ergibt sich aus der Nußeltschen Wasserhauttheorie:

$\alpha_m = \frac{2\sqrt{2}}{3}[\frac{\Delta h_v \lambda^3 \rho_f(\rho_f - \rho_g)\, g\, sin\Theta}{\eta_f(T_s - T_w)}\frac{1}{L}]^{1/4} = \frac{2\sqrt{2}}{3}[\frac{\Delta h_v \lambda^3 \rho_f(\rho_f - \rho_g)\, g\, sin\Theta}{\eta_f(T_s - T_w)}]^{1/4}(\frac{1}{L})^{1/4}$

Nach Einsetzen dieser Gleichung in die darüber stehende Gleichung ergibt sich:

$\frac{2\sqrt{2}}{3}[\frac{\Delta h_v \lambda^3 \rho_f(\rho_f - \rho_g)\, g\, sin\Theta}{\eta_f(T_s - T_w)}]^{1/4}(\frac{1}{L})^{1/4}\pi DL(99,63°C - 95°C) = 13,5384kW$

mit $(\frac{1}{L})^{1/4} * L = L^{3/4}$ ergibt sich:

$L = 6,21\, m$

b)
$\lambda_{Blei} = 35\, W/K\, m$ lt. Anhang Skript Tabelle B11

$kdA = \frac{dx}{\frac{1}{\pi d_i \alpha_i} + \frac{ln(\frac{d_a}{d_i})}{2\pi\lambda_B} + \frac{1}{\pi d_a \alpha_a}} = 0{,}05128\,\frac{K}{W}$

$c_{H_2O} * \dot{m}dT = kdA * (T(x) - T_u) \Rightarrow \frac{c_{H_2O} * \dot{m}}{(T(x) - T_u)}dT = 0{,}05128\,\frac{K}{W}\,dx$

c)
$W_1 = \dot{m}_1 * c_{H_2O} = 0,836\, kJ/K$
$W_2 = \dot{m}_2 * c_{H_2O} = 0,502\, kJ/K$

$kA/W_2 = 3,6$

$\Rightarrow W_2/W_1 = 0,6$

$\rightarrow Abb.2.16 \rightarrow \varepsilon_2 = 0{,}62$

$\varepsilon = \frac{A_2'' - A_2'}{A_1' - A_2'} \Rightarrow A_2'' = 42,8°C$

$\dot{Q} = 18,66kW$

$T_1'' = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_1 c_p} + T_1' = 42,32°C$

Aufgabe 3: *Aquarium* 19 von 50 Punkten

Kurzfrage:Warum ist das Sitzen auf Holzbänken in einer Sauna bei 90°C möglich. Das Sitzen auf einer Stahlbank unter gleichen Umständen hingegen unerträglich? (Anmerkung: Der thermische Kontaktwiderstand von Mensch zu Holz sei etwa der gleiche, wie der von Mensch zu Stahl)

Ein quaderförmiges Aquarium mit einer Breite $B = 40\,cm$, einer Länge $L = 90\,cm$ ist vollständig mit $108\,l$ Wasser gefüllt. Das Wasser im Aquarium und die Luft ($T_{Luft} = 20°C$) im Raum ruhen. Boden und Deckel seien adiabat. Die Glaswändes seien $8\,mm$ dick.

Die Heizung des Aquariums hat eine maximale Heizleistung von $50\,W$.

Hinweis: Gehen Sie für eine vereinfachende geometrische Beschreibung davon aus, dass sowohl die Innenseite, als auch die Außenseite des Aquariums die genannten Maße haben.

Folgende Werte sind bekannt:

λ_{Glas}	c_{Glas}	ρ_{Glas}	ρ_{Luft}
0,78 $\frac{W}{K\,m}$	0,70 $\frac{J}{g\,K}$	2480 $\frac{kg}{m^3}$	1,2 $\frac{kg}{m^3}$

a) Welche Heizleistung wird benötigt, um in dem Aquarium tropischen Fischen zu halten, die mindestens eine Wassertemperatur von $32°C$ benötigen? Bestimmen Sie dazu zunächst jeweils die kA-Werte aller sechs Seiten des Aquariums. Gehen Sie dabei zur Berechnung der ggf. benötigten Stoffwerte von einer Scheibeninnentemperatur von 31,75°C und von einer Scheibenaussentemperatur von 31,25°C aus.

Hinweis: Verwenden Sie im folgenden Aufgabenteil die unter a) berechneten Wärmeübergangskoeffizienten. Falls Sie nicht in der Lage waren, diese zu bestimmen, arbeiten Sie bitte mit Schätzwerten und geben Sie diese an.

b) Welche Temperatur stellt sich bei maximaler Heizleistung nach langer Zeit auf der Außenseite der Scheiben ein? Welche an der Außenseite des Deckels?

c) Nachdem die Heizung ein paar Tage defekt war hat sich im Wasser des Aquariums Raumtemperatur eingestellt. Deshalb wird das abgekühlte Wasser entnommen und frisches Wasser mit 30°C eingefüllt. Dabei soll angenommen werden, dass beim Einfüllen der Scheibeninnenseite die Wassertemperatur aufgeprägt wird. Wie lange dauert es, bis sich die Außenseite der Scheibe auf 20,01°C erwärmt hat?

Hinweis: Diese Aufgabe ist rein fiktional. Es wurden bei Vorversuchen zu dieser Aufgabe keine Fische verletzt.

KF: Entscheidend ist die höhere Wärmeleitfähigkeit von Stahl gegenüber Holz.
a)
Bestimmung der Höhe des Aquariums $H = \frac{V}{B*L} = 30cm$

Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten α_W an der Innenseite der Scheibe, freie Konvektion an einer senkrechten Platte mit Wasser als Fluid.

$Nu = N(Gr, Pr) = \left(0,825 + 0,387\sqrt[6]{Ra * f_1}\right)^2$ mit charakteristischer Länge l=H

Zu verwendende Stoffwerte des Wassers bei einer Temperatur von $T_m = 31,875°C$

$\lambda_W = 618,14 * 10^{-3}\frac{W}{K\,m}$
$\nu_W = 0,772 * 10^{-6}\frac{m^2}{s}$
$\beta_W(32°C) = 0,32044 * 10^{-3}\frac{1}{K}$
$Pr_W = 5,188$

$Gr = \frac{g*l^3*\beta_W*(\vartheta_{Scheibe}-\vartheta_W)}{\nu_W^2} = 35598417$

$Ra = Gr * Pr = 184684587,4$

$f_1 = \left[1 + \left(\frac{0,492}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{-\frac{16}{9}} = 0,6577$

Nu mit obiger Gleichung:

$Nu = 89,06$

$\alpha_W = \frac{Nu*\lambda_W}{l} = 183,59\frac{W}{m^2\,K}$

Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten α_L an der Außenseite der Scheibe, freie Konvektion an einer senkrechten Platte mit Luft als Fluid.

$Nu = N(Gr, Pr) = \left(0,825 + 0,387\sqrt[6]{Ra * f_1}\right)^2$ mit charakteristischer Länge l=H

Zu verwendende Stoffwerte der Luft bei einer Temperatur von $T_m = 26,625°C$

$\lambda_L = 26,177 * 10^{-3}\frac{W}{K\,m}$
$\nu_L = 159,8 * 10^{-7}\frac{m^2}{s}$
$\beta_L(20°C) = 3,421 * 10^{-3}\frac{1}{K}$
$Pr_L = 0,7148$

$Gr = \frac{g*l^3*\beta_L*(\vartheta_{Scheibe}-\vartheta_L)}{\nu_L^2} = 39919474$

$Ra = Gr * Pr = 28534440$

$f_1 = \left[1 + \left(\frac{0,492}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{-\frac{16}{9}} = 0,348$

Nu mit obiger Gleichung:

$Nu = 42,23$

$\alpha_L = \frac{Nu*\lambda_L}{l} = 3,68\frac{W}{m^2\,K}$

Bestimmung der kA-Werte:

$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_W}+\frac{\delta}{\lambda_{Glas}}+\frac{1}{\alpha_L}} = \frac{1}{\frac{1}{183,6}+\frac{0,008}{0,78}+\frac{1}{3,68}} = 3,47\frac{W}{m^2\,K}$

Front: $kA = k*0,9*0,3 = 0,94\frac{W}{K}$
Seite: $kA = k*0,4*0,3 = 0,56\frac{W}{K}$
Deckel: $kA = 0\frac{W}{K}$ (adiabat)
Boden: $kA = 0\frac{W}{K}$ (adiabat)

Gesamt: $kA_{Gesamt} = 2*kA_{Front} + 2*kA_{Seite} + kA_{Deckel} + kA_{Boden} = 3\frac{W}{K}$

erforderliche Heizleistung:
$\dot{Q} = kA_{Gesamt} * \Delta T = 3\frac{W}{K} * (32-20)K = 36,72\,W$

b)
Temperatur an der Scheibe:
$\dot{Q} = \alpha_L * A * (T_{Wand,L} - T_L) = 50$=maximale Heizleistung
$\Rightarrow T_{Wand,L} = T_L + \frac{\dot{Q}}{\alpha * A} = 37,42°C$
mit $A = 2*(L*H+B*H) = 0,78m^2$

Der Deckel ist adiabat, also entspricht die Wandtemperatur hier der Lufttemperatur:
$T_{Deckel,L} = 20°C$

c)
Aufgrund der kleinen Temperaturänderung von 0,01°C kann mit dem halbunendlichen Körper gerechnet werden:

$\frac{T(x)-T_0}{T_W-T_0} = erfc(\frac{x}{\sqrt{4*a*t}})$
$\frac{20,01-20}{30-20} = 0,001 = erfc(z)$
aus Tabelle $\Rightarrow z = 2,3315 = \frac{x}{\sqrt{4*a*t}}$

$a = \frac{\lambda_{Glas}}{\rho_{Glas}*c_{Glas}} = 4,493*10^{-7}\frac{m^2}{s}$

$\Rightarrow t = \frac{0,008^2}{4*2,3315^2*a} = 6,55\,s$