Institut für Thermodynamik
Technische Universität Braunschweig
Prof. Dr. Jürgen Köhler

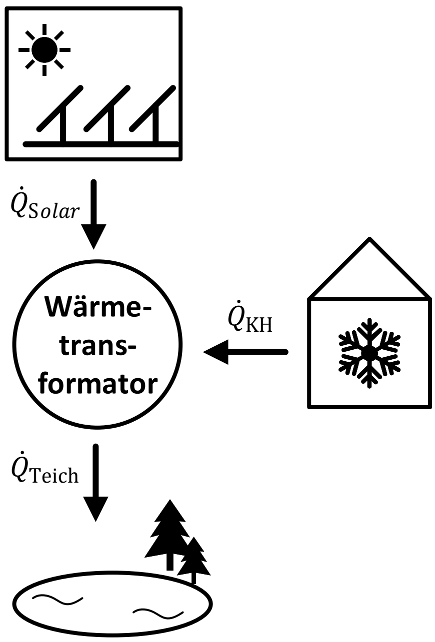
19. August 2020

Klausur zur Vorlesung
Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: <u>Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!</u>
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
Verwenden Sie ausschließlich die im Lehrbuch angegebenen Dampftafeln.
<u>Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.</u>

Aufgabe 1: *Wärmetransformator* 13 von 50 Punkten

Eine Solarthermieanlage ($\dot{Q}_{Solar} = 20kW$), ein Kühlhaus, ein Teich und die Umgebung haben konstante Temperaturen von $T_{Solar} = 98\ °C$, $T_{KH} = -20\ °C$, $T_{Teich} = 10\ °C$ und $T_U = 20\ °C$.



a) Wie groß ist die elektrische Leistung, die man mit der Solarthermieanlange als Wärmequelle und der Umgebung als Wärmesenke in einem idealen Prozess erzeugen kann?

Ein Wärmetransformator nimmt die Wärmeströme von Solarthermieanlage und Kühlhaus auf und gibt einen Wärmestrom an den Teich ab.

b) Berechnen Sie den Wärmestrom $\dot{Q}_{KH}$ bei reversibel arbeitendem Wärmetransformator.

c) Zeichnen sie für den reversiblen Fall ein Exergie-Anergie-Schaubild

Durch Reibung im Wärmetransformator wird Wärme bei $T_{WT} = 50\ °C$ dissipiert, wodurch der Wärmestrom aus dem Kühlhaus nur noch $\dot{Q}_{KH} = 10kW$ beträgt. Die Temperaturen von Solarthermieanlage, Kühlhaus und Teich bleiben unverändert.

d) Wie groß ist der Exergiestrom, der in Anergie umgewandelt wird?

e) Wie groß ist die Dissipation pro Zeiteinheit $\dot{\Psi}$ im Wärmetransformator?

Lösungsvorschlag A1:
a) Gesucht ist die Exergie der Wärme pro Zeiteinheit:

$$\dot{W}_{el} = \dot{E}_{Solar} = \left(1 - \frac{T_U}{T_{Solar}}\right) \dot{Q}_{Solar} = 4.2kW$$

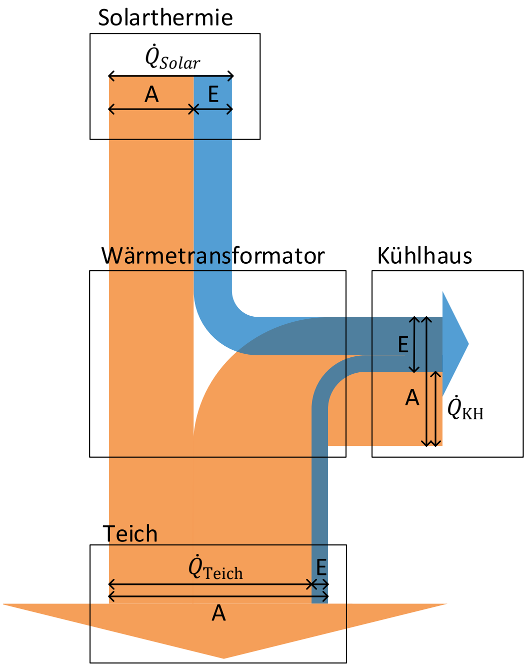
b)Bilanz um Wärmetransformator mit erstem und zweiten Hauptsatz ergibt:

$$\sum \dot{Q} = \dot{Q}_{Solar} + \dot{Q}_{KH} + \dot{Q}_{Teich} = 0$$
$$\sum \frac{\dot{Q}}{T} = \frac{\dot{Q}_{Solar}}{T_{Solar}} + \frac{\dot{Q}_{KH}}{T_{KH}} + \frac{\dot{Q}_{Teich}}{T_{Teich}} = 0$$

Gleichungen ineinander eingesetzt und nach $\dot{Q}_{KH}$ umgestellt:

$$\dot{Q}_{KH} = \frac{\left(\frac{T_{Teich}}{T_{Solar}} - 1\right)}{\left(1 - \frac{T_{Teich}}{T_{KH}}\right)} \dot{Q}_{Solar} = 40kW$$

c)



d)gesucht ist der irreversible Arbeitsverlust pro Zeiteinheit $\dot{W}_{v,irrev}$
Wie a) nur mit Term für $\dot{S}_{prod}$ und gegebenem $\dot{Q}_{KH}$:

$$\sum \frac{\dot{Q}}{T} + \dot{S}_{prod} = \frac{\dot{Q}_{Solar}}{T_{Solar}} + \frac{\dot{Q}_{KH}}{T_{KH}} + \frac{\dot{Q}_{Teich}}{T_{Teich}} + \dot{S}_{prod} = 0$$

nach $\dot{S}_{prod}$ aufgelöst ergibt sich $\dot{S}_{prod} = 12.56\frac{W}{K}$.

$$\dot{W}_{v,irrev} = T_U \dot{S}_{prod} = 3.683kW$$

e)

$$\dot{\Psi} = \frac{T_{WT}}{T_U} \dot{W}_{v,irrev} = T_{WT} \dot{S}_{prod} = 4.059kW$$

Aufgabe 2: *Tiefkühlung von Shrimps* 16 von 50 Punkten

Um sein Bubba-Gump Shrimp Geschäft auszuweiten, will Forest zukünftig Tiefkühl-Shrimps verkaufen. In der geplanten Produktionslinie werden die Shrimps in einem kontinuierlichen, kryogenen Prozess schockgefrostet, bei dem ein Massenstrom von $\dot{m} = 25\frac{g}{s}$ flüssiger Luft zugeführt wird. Forest plant, diesen mittels Linde-Verfahren bereitzustellen.

Bei dem Luftverflüssigungsverfahren wird zunächst trockene Luft in einer Zustandsänderung mit einem Polytropenexponent von n=1 auf einen Druck $p_1 = 190bar$ und eine Temperatur $T_1 = 20°C$ komprimiert (Zustand 1). Dabei nimmt der Kompressor eine mechanische Leistung von $\dot{W} = 14kW$ auf und gibt einen Wärmestrom von $\dot{Q} = 3,3kW$ ab. Im Anschluss durchströmt die Luft einen Gegenstromwärmeübertrager, in dem sie isobar abgekühlt wird (auf Zustand 2). Die folgende isenthalpe Drosselung führt zu einer weiteren Absenkung der Temperatur, so dass sich die Luft nun im Nassdampfgebiet befindet (Zustand 3). Der flüssige Teil der Luft wird zum Schockfrosten entnommen. Der gasförmige Teil (Zustand 3″) strömt isobar durch den bereits erwähnten Gegenstromwärmeübertrager, verlässt ihn im Zustand 4 und strömt anschließend in eine adiabate Mischungskammer. In dieser wird der Luft mit dem Zustand 4 bei Umgebungsdruck $p_u = p_5 = 1bar$ isobar weitere trockene Luft hinzugegeben, bevor sie in den Kompressor eintritt (Zustand 5).

Hinweis: Bei den auftretenden Zuständen kann die Luft nicht als ideales Gas behandelt werden. Alle relevanten Stoffdaten sind der Aufgabe angehängt (Tabelle 1 und 2).

a) Zeichnen Sie den beschriebenen Prozess in ein T-s Diagramm ein. Gehen Sie dabei nur für diesen Aufgabenteil davon aus, dass die Zustände 4 und 5 identisch sind.

b) Nennen Sie einen Grund, warum es Sinn macht, den Kompressor aktiv zu kühlen!

c) Welcher Gesamtmassenstrom zirkuliert in der Luftverflüssigungsanlage?

d) Mit welcher spezifischen Enthalpie tritt die Luft in die Drossel ein?

e) Mit welcher spezifischen Enthalpie tritt die gasförmige Luft aus dem Gegenstromwärmeübertrager aus (Zustand 4)?

f) Mit welcher Umgebungstemperatur tritt die trockene Luft in die Mischungskammer ein?

g) Zeichnen Sie den Umgebungszustand und den damit verbundenen Mischungsprozess im T-s Diagramm aus Aufgabenteil a) ein.

Tabelle 1: Spezifische Enthalpie $h[kJ/kg]$ für Luft in Abhängigkeit von Druck und Temperatur

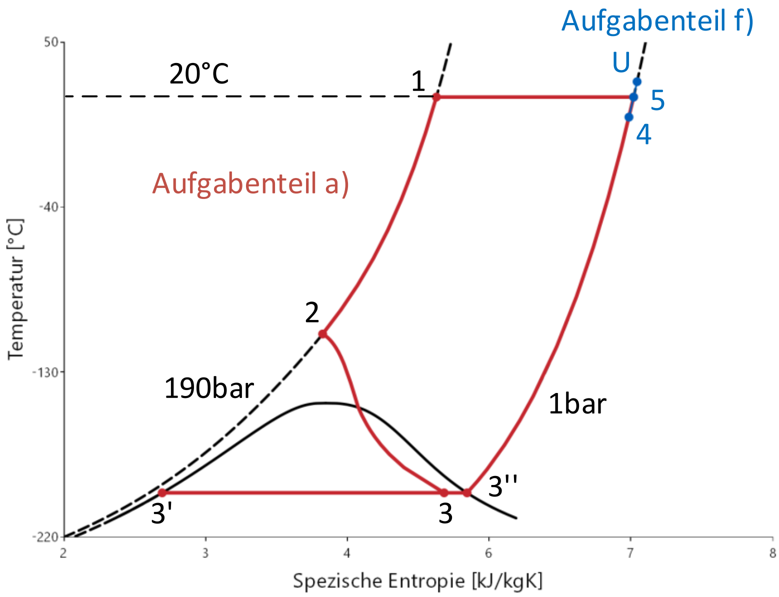
	323,15 K	313,15 K	293,15 K	283,15 K	170 K	110 K
1 bar	323.63	313.55	293.42	283.36	169.46	108.55
180 bar	296.70	284.48	259.44	246.57	62.52	-56.25
190 bar	295.71	283.41	258.19	245.22	61.31	-55.71
200 bar	294.78	282.40	257.01	243.95	60.31	-55.16
210 bar	293.90	281.44	255.91	242.76	59.50	-54.60

Tabelle 2: Stoffwerte für Luft im Nassdampfgebiet

$p[bar]$	$T[K]$	$h'[kJ/kg]$	$h''[kJ/kg]$	$s'[kJ/kgK]$	$s''[kJ/kgK]$
1.00	81.64	-126.52	78.99	2.97	5.55
1.10	82.45	-124.87	79.60	2.99	5.53
1.30	83.93	-121.89	80.67	3.03	5.49
1.50	85.24	-119.22	81.58	3.06	5.47

Lösungsvorschlag A2:

a+g)



b) z.B.: bei geringerer Temperatur wird Isentrope steiler, Wirkungsgrad des Verdichters steigt / Temperatur nach Wärmeübertragung wird geringer, dadurch geringerer Massendampfgehalt möglich und somit größerer Massenstrom $\dot{m}_{fl}$

c)$\dot{W} - \dot{Q} = \dot{m}\left(h_5 - h_1\right)$
$\dot{m} = \frac{\dot{W}-\dot{Q}}{h_5-h_1} = 0.304\frac{kg}{s}$

d) $x = \frac{\dot{m}_{gas}}{\dot{m}_{ges}} = \frac{\dot{m}_{ges}-\dot{m}_{fl}}{\dot{m}_{ges}} = 0,918$
$h_2 = h_3 = h_3^{'} + x\left(h_3^{''} - h_3^{'}\right) = 62,1\frac{kJ}{kg}$

e) $\dot{Q}_{3'',4} = \dot{Q}_{1,2} = \dot{m}_{ges}\left(h_1 - h_2\right) = 59,6kW$
$h_4 = h_{3''} + \frac{\dot{Q}_{3'',4}}{\dot{m}_{gas}} = 292,7\frac{kJ}{kg}$

f) $\dot{m}_{gas}h_4 + \dot{m}_{fl}h_{tr.L} = \dot{m}_{ges}h_5$
$h_{tr.L} = \frac{\dot{m}_{ges}h_5-\dot{m}_{gas}h_4}{\dot{m}_{fl}} = 301,5\frac{kJ}{kg}$
Interpolieren in Tabelle 1 zwischen 313,15K und 293,15K liefert: $T_{tr.L} = 301,2K$

Aufgabe 3: *Reales Fluid* 10 von 50 Punkten

Gegeben sind die kubische Zustandsgleichung (R: stoffspezifische Gaskonstante)

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

und folgende stoffspezifische Größen: $M = 72,1488 \frac{kg}{kmol}$, $p_k = 33,665 bar$, $T_k = 196,55°C$.

a) Berechnen Sie die stoffspezifischen Größen a, b und das kritische spezifische Volumen v_k.

Durch Lösung der Zustandsgleichung bei $150°C$ und einem unbekannten Siededruck p_s erhält man drei spezifische Volumina: $v_1 = 23,8 \frac{l}{kg}, v_2 = 4,9 \frac{l}{kg}$ und $v_3 = 3,9 \frac{l}{kg}$

b) Zeichnen Sie die Isotherme aus der kubischen Zustandsgleichung bei $150°C$ qualitativ in ein pv-Diaramm ein und markieren Sie die spezifischen Volumina v_1, v_2 und v_3. Welche Bedingung gilt für den Verlauf einer Isothermen einer kubischen Zustandsgleichung im Zweiphasengebiet? Nutzen Sie das pv-Diagramm zur Erläuterung.

c) Berechnen Sie mit $a = 3640,8 \frac{l^2 \cdot bar}{kg^2}$ und $b = 1,99 \frac{l}{kg}$ den unbekannten Siededruck p_s bei $150°C$.

Gehen Sie für den folgenden Aufgabenteil von einem Siededruck von $p_s = 16 bar$ aus.

d) Bei $150°C$ hat das Fluid eine spezifische Verdampfungsenthalpie von $222,778 \frac{kJ}{kg}$. Ermitteln Sie den Siededruck bei einer Temperatur von $151°C$.

Lösungsvorschlag A3:

a) $\frac{p_K v_K}{RT_K} = \frac{3}{8}$ umformen nach v_K ergibt:

$v_K = \frac{3RT_K}{8p_K} = 0,006\frac{m^3}{kg}$
$a = 3p_K v_K^2 = 367\frac{m^5}{kg \cdot s^2}$
$b = \frac{v_K}{3} = 0,002\frac{m^3}{kg}$

b) Die Isotherme hat ein Minimum und ein Maximum. Um Siede und Taupunkt zu bestimmen zieht man die Maxwellsche Gerade so, dass die zwischen des Mini- und Maximum der Isothermen und der Maxwellschen Geraden eingeschlossenen Flächen gleich groß sind. An den äußeren Schnittpunkten lassen sich die spez. Volumina des Siede- und Taupunkts v_3 und v_1 ablesen. Der mittlere Schnittpunkt mit der maxwellschen Geraden ist v_2.

c) kubische Zustandsgleichung umstellen nach p und einsetzen von v_1, v_2 oder v_3:

$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2} = 15,9bar$ (mit v_1 eingesetzt)

d) kleine Temperaturänderung: Näherung durch Clausius Clapeyron möglich

$\frac{\Delta p}{\Delta T} \approx \frac{dp}{dT} = \frac{1}{T}\frac{r}{v''-v'}$
$\Delta p = \frac{\Delta T}{T}\frac{r}{v''-v'} = 0.265bar$
$p_s(151°C) = p_s(150°C) + \Delta p = 16,265bar$

Aufgabe 4: *Gefälle-Dampfspeicher* 11 von 50 Punkten

Ein perfekt isolierter Behälter mit dem Volumen $V = 80m^3$ ist mit Wasser gefällt, das im Zustand 1 flüssig und dampfförmig vorliegt. Flüssige und gasförmige Phase sind im Gleichgewicht. Es herrscht ein Druck von $p_1 = 15bar$ im Behälter. Das spezifische Volumen v_1 des Wassers im Zustand 1 beträgt $1,335 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{kg}$.

a) Dem Behälter wird trockener gesättigter Dampf bis zu einem Zustand 2 entnommen, bei dem der Druck im Behälter $p_2 = 8bar$ beträgt. Im Zustand 2 sind 80% des Volumens mit Flüssigkeit gefüllt. Welche Dampfmasse wird entnommen?

b) Der Behälter im Zustand 2 wird anschließend durch Eindüsen von gesättigtem Dampf beladen. Der zugeführte Dampf hat einen Druck von 21 bar. Welche Masse kann bis zum Zustand 3 zugeführt werden, wenn der maximale Speicherdruck 20 bar beträgt? Bestimmen Sie dazu zunächst die spezifische Enthalpie im Zustand 2 h_2 und mit Hilfe des ersten Hauptsatzes das spezifische Volumen im Zustand 3 v_3.

Lösungsvorschlag A4:

a) Massen vor und nach Entnahme des Dampfes vergleichen liefert:

$\Delta m = m_1 - m_2 = m_1 - m_2^{'} - m_2^{''} = \frac{V}{v_1} - \varphi_2 \frac{V}{v_2^{'}} - (1-\varphi_2)\frac{V}{v_2^{''}} = 2715,65kg$

mit $v_2^{'}$ und $v_2^{''}$ aus der Dampftafel bei $p_2 = 8bar$ und $\varphi_2 = \frac{V_2^{'}}{V} = 0.8$.
b) $dU = h_{ein}dm$ integrieren und einsetzen von $u = h - pv$ und $m = \frac{V}{v}$ liefert:

$U_3 - U_2 = (m_3 - m_2)\,h_{ein}$
$=> m_3\,(h_3 - p_3 v_3) - m_2\,(h_2 - p_2 v_2) = (m_3 - m_2)\,h_{ein}$
$=> \frac{(h_3 - p_3 v_3)}{v_3} - \frac{(h_2 - p_2 v_2)}{v_2} = \left(\frac{1}{v_3} - \frac{1}{v_2}\right) h_{ein}$
$=> \frac{h_3 - h_{ein}}{v_3} = \frac{h_2 - h_{ein}}{v_2} + p_3 - p_2$

mit $h_3 = h_3^{'} + \left(h_3^{''} - h_3^{'}\right)\frac{v_3 - v_3^{'}}{v_3^{''} - v_3^{'}}$ und umstellen nach v_3 ergibt sich:

$$v_3 = \frac{h_3^{'} - v_3^{'}\frac{h_3^{''} - h_3^{'}}{v_3^{''} - v_3^{'}} - h_{ein}}{\frac{h_2 - h_{ein}}{v_2} + (p_3 - p_2) - \frac{h_3^{''} - h_3^{'}}{v_3^{''} - v_3^{'}}}$$

für $h_{ein} = h^{''}(p = 21bar)$ muss $h^{''}$ interpoliert werden zwischen 20 und 30 bar.
h_2 und v_2 ergeben sich mit $x_2 = \frac{m_2^{''}}{m_2^{'} + m_2^{''}}$ zu:

$h_2 = h_2^{'} + x_2\left(h_2^{''} - h_2^{'}\right)$
$v_2 = v_2^{'} + x_2\left(v_2^{''} - v_2^{'}\right)$

Damit ergibt sich eingesetzt $v_3 = 0,00130\frac{m^3}{kg}$ und somit:

$\Delta m = V\left(\frac{1}{v_3} - \frac{1}{v_2}\right) = 4359,15kg$