

## Klausur zur Vorlesung Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!  
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.  
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.  
Verwenden Sie ausschließlich die im Lehrbuch angegebenen Dampftafeln.  
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

### Aufgabe 1: *Speichern von Wasserstoff*

15 von 50 Punkten

An einer Tankstelle ist Wasserstoff in einem 500 *Liter* fassenden Druckbehälter gespeichert. Der Wasserstoff im Tank liegt bei einem Druck von 800 *bar* bei Umgebungstemperatur ( $T_u = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ) vor. Der Umgebungsdruck beträgt  $p_u = 1 \text{ bar}$ . Wasserstoff kann aufgrund der sehr geringen kritischen Temperatur in diesem Fall auch bei hohen Drücken vereinfachend als ideales Gas ( $\kappa = 1.4$ ) betrachtet werden.

- a) Berechnen Sie die Exergie des Wasserstoffs im Tank.

Um einen Tank zu befüllen soll Wasserstoff in zwei Schritten von Umgebungsbedingungen auf  $p_2 = 800 \text{ bar}$  verdichtet werden. Im ersten Schritt wird der Wasserstoff adiabat isentrop verdichtet. Anschließend erfolgt eine isobare Wärmeabgabe an die Umgebung, bis sich die Umgebungstemperatur einstellt.

- b) Zeichnen sie die Zustandsänderungen qualitativ richtig in ein  $p$ - $v$ -Diagramm ein und markieren sie die Fläche der aufzuwendenden Volumenänderungsarbeit.
- c) Berechnen sie die minimal aufzuwendende Arbeit des vorgestellten Verdichtungsverfahrens mit zwei Zustandsänderungen für  $V_2 = 500 \text{ Liter}$ . Wie groß ist der exergetische Wirkungsgrad?
- d) Ist das vorgestellte Verdichtungsverfahren energetisch optimal und falls nicht, wie ließe sich der beschriebene Verdichtungsprozess verbessern? Begründen Sie!
- e) Was passiert, wenn die Wärmeabgabe erst nach der Befüllung eines Tanks stattfindet? Kann ein Druck von 800 *bar* im Endzustand erreicht werden? Begründen Sie mit Hilfe einer Zeichnung im  $p$ - $v$ -Diagramm!

Lösungsvorschlag A1:

a) ideales Gas: Berechnung der Masse  $m = \frac{p_2 V_2}{R_{H_2} T_u} = 33 \text{ kg}$

Volumen, das im Umgebungszustand eingenommen würde:  $V_u = \frac{m R_{H_2} T_u}{p_u}$

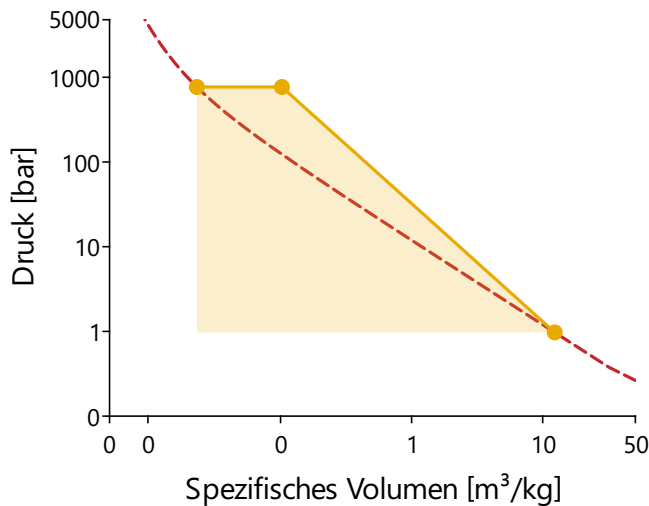
Exergie der inneren Energie:  $-W_{Ex} = U_2 - U_u + p_u (V_2 - V_u) - T_u (S_2 - S_u)$  [Buch (6.7)]

$U_2 - U_u = m c_v (T_2 - T_u)$  [Buch (4.29)] ist =0, da  $T_2 = T_u$

$T_u (S_2 - S_u) = m T_u \left( c_p \ln \left( \frac{T_2}{T_u} \right) - R \ln \left( \frac{p_2}{p_u} \right) \right)$  [Buch (4.36)]

$-W_{Ex} = 227 \text{ MJ}$

b)



c)1. adiabat isentrope Verdichtung  $W_V = m \left( \frac{p_u v_u}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{v_u}{v_1} \right)^{\kappa - 1} - 1 \right] \right)$  [Buch (Tab D.14)]

mit  $v_1 = v_u \left( \frac{p_u}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$  ergibt  $W_V = 575 \text{ MJ}$

2. isobare Wärmeabgabe  $W_V = -m p_2 (v_2 - v_1)$  [Buch (Tab D.14)] =  $230 \text{ MJ}$

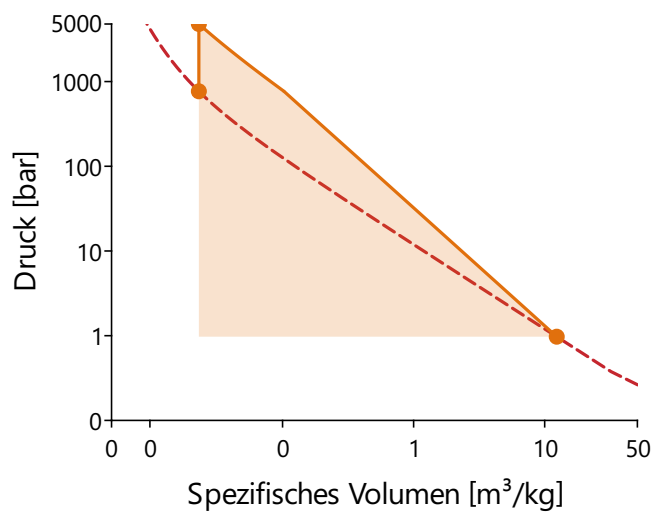
3. Arbeit von Umgebung  $W_V = -m p_u (v_u - v_2) = -40 \text{ MJ}$

$\sum W_V = 765 \text{ MJ}$

$\eta = \frac{-W_{Ex}}{\sum W_V} = 0.3$

d) Das Verfahren ist nicht optimal, da für die adiabat isentrope Verdichtung und isobare Wärmeabgabe mehr Volumenänderungsarbeit aufgewendet werden muss, als für eine isotherme Kompression. Anstelle einer isothermen Kompression, die technisch schwerer umsetzbar ist, wäre auch eine Zwischenkühlung denkbar, um die Effizienz zu steigern.

e) Die Wärmeabgabe ist nun isochor. Durch die Wärmeabgabe sinken Temperatur und Druck im Tank. Um den gleichen Enddruck erreichen zu können muss auf einen höheren Druck isentrop verdichtet werden.



**Aufgabe 2:** *Kontinuierliche Kühlung eines Kraftwerks mit einem Kühlturm* 16 von 50 Punkten

Im Kraftwerk läuft ein stationärer Clausius Rankine-Prozess ab, bei dem primärseitig ein Massenstrom  $\dot{m} = 5 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$  umgewälzt wird. Die zugeführte spezifische Wärme beträgt  $q_{zu} = 3250 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  und der thermische Wirkungsgrad  $\eta_{th} = 0,356$ . Auf der Sekundärseite wird im Verflüssiger die Wärme an Kühlwasser mit  $\vartheta_{W,kalt} = 25^\circ\text{C}$  abgegeben, so dass sich dieses auf  $\vartheta_{W,warm} = 35^\circ\text{C}$  erwärmt. ( $c_W = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$ ) *Hinweis für alle Aufgabenteile: Änderungen potentieller und kinetischer Energie sind vernachlässigbar.*

- a) Bestimmen Sie den notwendigen sekundärseitigen Kühlwassermassenstrom  $\dot{m}_W$ .

Im Nasskühlturm des Kraftwerks wird durch einen Ventilator mit einer Antriebsleistung  $\dot{W}_t = 1 \text{ MW}$  ein Luftzug erzeugt. Umgebungsluft mit  $\vartheta_{L,ein} = 20^\circ\text{C}$  wird am Fuß des adiabaten Turms eingesaugt und an der Spitze mit  $\varphi_{L,aus} = 100\%$  und  $\vartheta_{L,aus} = 30^\circ\text{C}$  herausgedrückt.

- b) Bestimmen Sie rechnerisch(!) die Wasserbeladung  $x_{L,aus}$  der aus dem Kühlturm ausströmenden feuchten Luft.

Das zu kühlende Wasser aus dem Verflüssiger wird im oberen Teil des Kühlturms versprüht. Die Tropfen fallen durch die Gravitation im entgegengesetzt strömenden Luftstrom nach unten. Ein Teil der Wassertropfen verdampft dabei und kühlt so das restliche flüssige Wasser auf  $\vartheta_{W,kalt}$  herunter. Das gekühlte Wasser wird am Fuß des Kühlturms gesammelt und abgepumpt. Dem abgepumpten Kaltwasser muss Frischwasser (mit gleicher Temperatur  $\vartheta_{W,kalt}$ ) zugemischt werden, um den Verlust an Wassermasse an die Luft auszugleichen. Die Wasserbeladung der Luft am Eintritt beträgt  $x_{L,ein} = 0,0087 \frac{\text{kg Wasser}}{\text{kg trockene Luft}}$ . Die Enthalpie der Luft am Eintritt beträgt  $42,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg trockene Luft}}$  bzw. am Austritt:  $100,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg trockene Luft}}$ .

- c) Skizzieren Sie die in den Kühlturm ein- und austretenden Energie- und Wassermassenströme.
- d) Rechnen Sie mit  $\dot{m}_W = 250 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$  und  $x_{L,aus} = 0,0275 \frac{\text{kg Wasser}}{\text{kg Trockene Luft}}$  weiter und bestimmen Sie den benötigten Massenstrom trockener Luft  $\dot{m}_L$ .
- e) Rechnen Sie mit  $\dot{m}_L = 203 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$  weiter und bestimmen den benötigten Massenstrom an Frischwasser  $\dot{m}_F$ .
- f) Was wäre an einem kalten Wintertag über dem Kühlturm zu beobachten?

Lösungsvorschlag A2:

a)  $\dot{Q}_{zu,primär} = \dot{q}_{zu}\dot{m} = 16250 \text{ kW}$

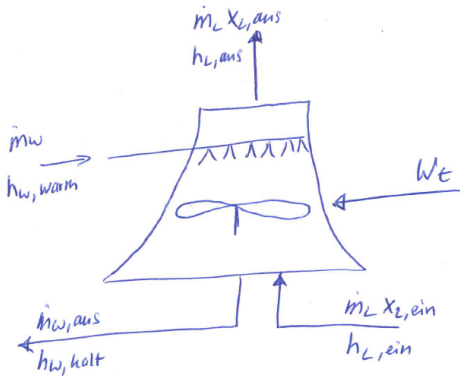
$$\dot{Q}_{W,zu} = \dot{m}_W c_W (\vartheta_{W,warm} - \vartheta_{W,kalt}) = \dot{Q}_{zu,primär} (1 - \eta_{th})$$

$$\dot{m}_W = \frac{\dot{Q}_{zu,primär}(1-\eta_{th})}{c_W(\vartheta_{W,warm}-\vartheta_{W,kalt})} = 250,36 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

b)  $p_s(30^\circ\text{C}) = 0,0424 \text{ bar}$  aus der Dampftafel und  $p_d = p_s$  da  $\varphi = 100\%$

$$x_{Luft,aus} = 0,622 \frac{p_s}{p-p_s} = 0,0275 \frac{\text{kg}_{\text{Wasser}}}{\text{kg}_{\text{trockene Luft}}}$$

c)



d) Massenbilanz Wasser:

$$\dot{m}_W + \dot{m}_L x_{L,ein} = \dot{m}_{W,aus} + \dot{m}_L x_{L,aus}$$

$$\dot{m}_W - \dot{m}_{W,aus} = \dot{m}_F = \dot{m}_L (x_{L,aus} - x_{L,ein})$$

Energiebilanz:

$$\dot{m}_W h_{W,warm} + \dot{m}_L h_{L,ein} + \dot{W}_t = \dot{m}_{W,aus} h_{W,kalt} + \dot{m}_L h_{L,aus}$$

Einsetzen von Massenbilanz in Energiebilanz und umstellen liefert:

$$\dot{m}_L = \frac{\dot{m}_W (h_{W,warm} - h_{W,kalt}) + \dot{W}_t}{(h_{L,aus} - h_{L,ein}) - (x_{L,aus} - x_{L,ein}) h_{W,kalt}}$$

Mit  $h_{W,warm} \approx h'(35^\circ\text{C}) = 146,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  und  $h_{W,kalt} \approx h'(25^\circ\text{C}) = 104,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  aus der Dampftafel ergibt sich:

$$\dot{m}_L = 202,82 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

e)  $\dot{m}_F = \dot{m}_L (x_{L,aus} - x_{L,ein}) = 3,82 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

f) Wolkenbildung auf Grund von Kondensation.

**Aufgabe 3:** *Fundamentalgleichungen*

9 von 50 Punkten

Gegeben ist folgende Gleichung zur Berechnung der freien Energie  $F$  in Abhängigkeit von dem Volumen  $V$  und der Temperatur  $T$ .

$$F = A - BVT^2$$

- Handelt es sich bei der gegebenen Gleichung um eine Fundamentalgleichung? Begründen Sie Ihre Antwort bitte kurz!
- Leiten Sie mittels der gegebenen Gleichung jeweils eine Formel zur Berechnung des Drucks  $p$  und der Entropie  $S$  her!
- Leiten Sie mittels der gegebenen Gleichung jeweils eine Formel zur Berechnung der inneren Energie  $U$  und der Enthalpie  $H$  her!

Für den folgenden Aufgabenteil soll für beide Parameter A und B ein positives Vorzeichen angenommen werden.

- Erhöht sich die Temperatur oder verringert sie sich, wenn das betrachtete Fluid adiabat gedrosselt wird?

*Hinweis: Benutzen Sie für den Aufgabenteil d) folgende Formel:*

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{1}{\left[\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - \frac{\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V}{\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T}\right]}$$

Lösungsvorschlag A3:

a) ja  $F(V,T)$ .

b)  $dF = -SdT - pdV$  [Buch (3.61)]

+ Totales Differential  $dF = \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T dV$  [Buch (3.62)]

Durch Vergleichen ergibt sich  $S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V$  [Buch (3.63)] und  $p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T$  [Buch (3.64)]  
Angewendet auf die gegebene Fundamentalgleichung ergibt sich  $S = 2BVT$  und  $p = BT^2$ .

c)  $U = F + TS = A + BVT^2$  und  $H = U + pV = A + 2BVT^2$

d)  $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = 2BT$  und  $\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T = 0$  dadurch:  $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{1}{2BT}$

Bei positivem B ist die Steigung positiv: Sinkender Druck (Drosselung) führt zu sinkender Temperatur.

**Aufgabe 4:** *Kaltdampfprozess zur Warmwasseraufheizung*

10 von 50 Punkten

Es wird ein Kaltdampfprozess mit dem natürlichen Kältemittel Propan betrieben, um das Warmwasser in einem Haushalt aufzuheizen. Die Verdichtung findet durch einen zwei-stufigen Verdichter mit Zwischenkühlung (isobare Wärmeabfuhr zwischen zwei in Reihe geschalteten Verdichtern) statt. Beide Stufen weisen jeweils einen isentropen Wirkungs-grad von  $\eta_v = 0.7$  auf. Alle Wärmeübertragungen verlaufen isobar. Das Kältemittel wird im Verflüssiger (Verflüssigungstemperatur  $T_{verfl.} = 70^\circ C$ ) um 10 Kelvin unterkühlt und im Verdampfer um 10 Kelvin überhitzt. Im Expansionsventil wird auf einen Druck von  $p = 5bar$  adiabat gedrosselt. Im Verdampfer wird ein Wärmestrom von  $\dot{Q} = 4,5 kW$  übertragen.

- a) Zeichnen Sie den Kreisprozess qualitativ in ein T-s Diagramm ein.
- b) Berechnen Sie den Dampfgehalt  $x$  hinter dem Expansionsventil.
- c) Berechnen Sie den im System umlaufenden Massenstrom.

Anhand des arithmetischen Mittelwertes von Hoch- und Niederdruck kann näherungsweise der Mitteldruck der zweistufigen Verdichtung berechnet werden:  $p_{MD} = \sqrt{p_{HD} \cdot p_{ND}}$   
Für die Verdichtung kann Propan als ideales Gas mit  $\kappa = 1.16$  angesehen werden.

- d) Wie groß ist der technische Arbeitsverlust pro Zeit der ersten Stufe des Verdichters?

*Hinweis: Nutzen Sie für die Berechnung der Aufgaben die nachfolgenden Stoffdaten auf Seite 5, sowie (falls nötig) den Buchanhang von Thermodynamik kompakt.*



Tabelle 1: Spezifische Enthalpie  $h[kJ/kg]$  für Propan im Flüssigkeits- und Gasgebiet, in Abhängigkeit von Druck und Temperatur

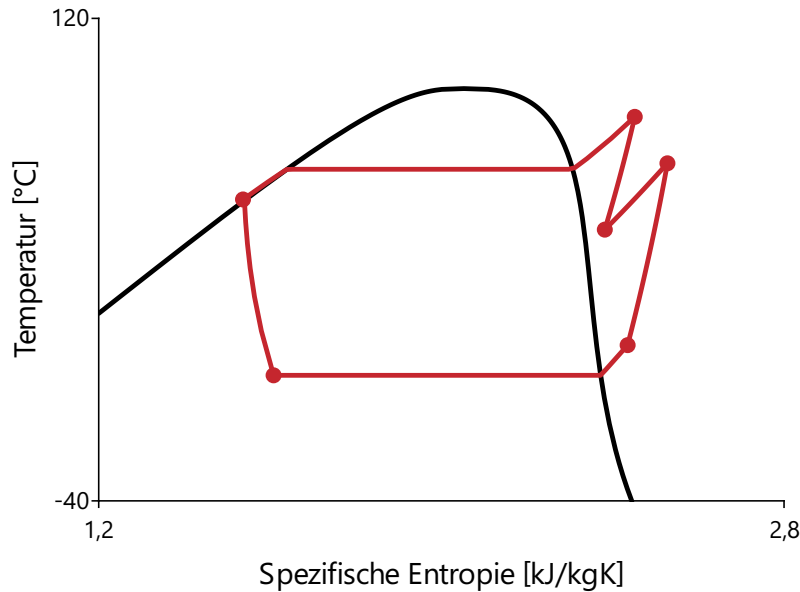
	274,9 K	284,9 K	319,1 K	326,8 K	333,1 K	344,8 K
3,6 bar	582,64	599,62	659,95	676,14	685,84	708,06
5 bar	576,80	594,40	656,16	672,61	682,45	704,95
6,7 bar	204,48	229,93	651,33	668,14	678,17	701,05
11,4 bar	204,72	230,09	636,59	654,74	665,45	689,63
20 bar	205,20	230,43	324,23	351,27	633,24	662,79
24,3 bar	205,45	230,60	323,89	350,61	367,27	644,45
27,1 bar	205,61	230,73	323,70	350,22	366,70	407,40
29,8 bar	205,77	230,85	323,52	349,87	366,19	406,15

Tabelle 2: Stoffwerte für Propan im Nassdampfgebiet

$p[\text{bar}]$	$T[\text{K}]$	$h'[\text{kJ/kg}]$	$h''[\text{kJ/kg}]$	$s'[\text{kJ/kgK}]$	$s''[\text{kJ/kgK}]$
3,6	264,42	178,44	565,09	0,92	2,38
5	274,88	204,33	576,77	1,02	2,37
6,7	284,97	230,10	587,59	1,11	2,36
11,4	305,04	284,09	607,25	1,29	2,35
20	330,41	359,36	626,02	1,52	2,32
24,3	339,98	390,79	629,80	1,61	2,31
27,1	345,54	410,25	630,51	1,66	2,30
29,8	350,51	428,63	629,81	1,71	2,29

Lösungsvorschlag A4:

a)



b) Druck bei Verflüssigungstemperatur von  $70^{\circ}\text{C}$ : Interpolieren zwischen  $339,98\text{K}$  und  $345,54\text{K}$  [Tabelle 2] ergibt  $p_{verfl.} = 25,9\text{bar}$

Enthalpie nach 10K Unterkühlung ( $60^{\circ}\text{C}$ ): Interpolieren zwischen  $24,3\text{bar}$  und  $27,1\text{bar}$  bei  $333,1\text{K}$  [Tabelle 1] ergibt  $h = 366,94\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

Damit kann der Dampfgehalt berechnet werden mit:  $x = \frac{h-h'}{h''-h'} = 0,437$

c)  $\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{h_{evap,aus} - h_{evap,ein}} = 19,8\frac{\text{g}}{\text{s}}$  mit  $h_{evap,aus} = 594,4\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  bei 10K Überhitzung aus [Tabelle 1+2].

d) Der Mitteldruck beträgt  $p_{MD} = \sqrt{p_{HD} \cdot p_{ND}} = 11,38\text{bar}$ .

Berechnung der Temperatur am Austritt der ersten Stufe für den isentropen Fall:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_{2,isen}}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \text{ umgestellt ergibt } T_{2,isen} = 319,1\text{K}$$

Aus [Tabelle 1] kann die Enthalpie  $h_{2,isen} = 636,59\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  abgelesen werden.

Mit  $\eta_v = \frac{h_{2,isen} - h_1}{h_2 - h_1} = 0,7$  ergibt sich umgestellt  $h_2 = 654,67\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

Der technische Arbeitsverlust pro Zeit ergibt sich zu  $W_{t,Verl} = \dot{m} (h_2 - h_{2,isen}) = 358\text{W}$