

## Klausur zur Vorlesung

### Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!  
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.  
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.  
Verwenden Sie ausschließlich die im Skript/Buch angegebenen Dampftafeln.  
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

#### Aufgabe 1: *Exergie eines idealen Gases*

16 von 50 Punkten

Kurzfrage: Ein Erfinder behauptet, ein Messgerät zur Bestimmung der spezifischen Exergie von Fluiden erfunden zu haben. Der einzige Sensor des Geräts befindet sich in dem zu untersuchenden Fluid, um dort alle benötigten Zustandsgrößen zu ermitteln. Wie bewerten Sie diese Erfindung?

Ein (anderer) Erfinder präsentiert ein Gerät, das er als Druckverstärker bezeichnet. Diesem wird ein Luftmassenstrom (ideales Gas)  $\dot{m}_{zu} = 5 \frac{kg}{s}$  bei einem Druck  $p_{zu} = 10 \text{ bar}$  und einer Temperatur  $T_{zu} = 200^\circ C$  zugeführt. Ohne Zufuhr von technischer Arbeit wird ein Teil des Massenstroms  $\dot{m}_{hD}$  auf einem erhöhten Druckniveau  $p_{hD} = 15 \text{ bar}$  wieder abgegeben. Der restliche Massenstrom  $\dot{m}_{ab}$  wird bei Umgebungsbedingungen ( $1 \text{ bar}$ ,  $20^\circ C$ ) an die Umgebung abgegeben. Der Druckverstärker kann Wärme mit der Umgebung austauschen.

- Erstellen Sie eine Skizze, die den Druckverstärker (als ‚BlackBox‘), alle vorhandenen Arbeiten und Wärmen, die mit der Umgebung ausgetauscht werden, und alle Massenströme mit Druck und Temperatur enthält. Zeichnen Sie daneben zwei Exergie/Anergie Flussdiagramme: Eines für einen reversibel und eines für einen irreversibel arbeitenden Druckverstärker.
- Welche Leistung  $\dot{W}_t$  könnte mit einer geeigneten Maschine (nicht mit dem oben beschriebenen Druckverstärker) und in der beschriebenen Umgebung aus dem zugeführten Luftstrom maximal gewonnen werden?
- Welche Temperatur sollte in dem Luftmassenstrom  $\dot{m}_{hD}$  herrschen, um einen möglichst großen  $\dot{m}_{hD}$  zu erzielen? (Hier ist eine gute Begründung aber keine Rechnung erforderlich)

Gehen Sie ab hier von  $T_{hD} = 150^\circ\text{C}$  aus.

- d) Wie groß ist  $\dot{m}_{ab}$  mindestens?
- e) Würde bei einem reversibel arbeitenden Druckverstärker  $\dot{m}_{ab}$  steigen oder sinken, wenn dem Druckverstärker eine geringe technische Leistung  $\dot{W}_t = 10\text{ W}$  zugeführt würde. Denken Sie daran, Ihre Aussage zu begründen.

KF: Die Exergie eines Systems hängt immer von System UND Umgebung ab. Also muss das Gerät 2 Sensoren haben. Der Erfinder ist ein Betrüger oder ein Trottel.

a) Die Skizze mit Arbeiten und Wärmen orientiert sich direkt an der Aufgabenstellung. Die Exergie/Anergieflussbilder müssen folgendes zeigen: Aufnahme von Exergie/Anergie-Mischung. Abgabe an Umgebung von reiner Anergie. Abgabe auf Hochdruckseite von Exergie/Anergiemischung. Gesamtenergiezufluss gleich Abfluss. Exergiezufuhr gleich Abfluss für den reversiblen Fall. Im irreversiblen Fall ist die ausfließende Exergie geringer als die einfließende.

b) Gesucht wird die Exergie der Enthalpie des eintretenden Massenstroms für ein ideales Gas:  $\dot{m}(\Delta h - T_u \Delta s)$

$\Delta h$  lässt sich aus der Temperaturdifferenz zur Umgebung und  $\Delta s$  aus Druck und Temperaturdifferenz zur Umgebung bestimmen. (Jeweils für ein ideales Gas)

Ergebnis:  $233,6\text{ kJ/kg} * 5\text{ kg/s} = 1168\text{ kW}$

c) Der Exergiestrom im Zustand hD ist im besten Fall genauso groß, wie der eben berechnete, eintretende Exergiestrom. Je kleiner also die spezifische Exergie des Stroms im Zustand hD ist, umso größer kann der Massenstrom  $\dot{m}_{hD}$  sein.

Die spezifische Exergie des Massenstroms hängt von seinem Druck und seiner Temperatur ab. Der Druck ist gegeben. Die Temperatur sollte zur Minimierung der spezifischen Exergie möglichst gleich der Umgebungstemperatur sein.

d)  $\dot{m}_{ab} = \dot{m}_{zu} - \dot{m}_{hD}$ . Gesucht ist also der maximale Strom im Zustand hD.

Die einströmende Exergie ist maximal der ausströmenden. Also ist die Exergie des Massenstroms  $\dot{m}_{hD}$  bekannt. Es ist das Ergebnis aus b)

Nun muss über  $\Delta h - T_u \Delta s$  die spezifische Exergie im Zustand hD bestimmt werden:  $250,4\text{ kJ/kg}$ . (bei  $p=15\text{ bar}$  und  $t=150^\circ\text{C}$ ).

Die einströmende Exergie pro Zeit muss nun durch die eben berechnete spezifische Exergie geteilt werden. Nun erhält man den Massenstrom  $\dot{m}_{hD}$ :  $4,67\text{ kg/s}$

Der gesuchte Massenstrom in die Umgebung ist damit  $0,33\text{ kg/s}$ .

e) Höhere Exergiezufuhr  $\Rightarrow$  höhere Abfuhr  $\Rightarrow \dot{m}_{hD}$  steigt  $\Rightarrow \dot{m}_{ab}$  sinkt

Kurzfrage: Zeigen Sie mithilfe eines geeigneten Diagramms, warum Wasser bei einer isothermen Druckerhöhung vom festen in den flüssigen Aggregatzustand wechseln kann -  $CO_2$  jedoch nicht.

Einem idealen Gas wird zunächst isobar Wärme zugeführt (Zustandsänderung 1-2) bis die Temperatur  $T_2$  erreicht ist. Danach wird isochor Wärme abgeführt bis die ursprüngliche Temperatur  $T_1$  wieder erreicht ist (Zustandsänderung 2-3).

- a) Zeichnen Sie die Zustandsänderungen qualitativ in ein T-S-Diagramm ein und kennzeichnen Sie die in beiden Prozessschritten übertragenen Wärmen grafisch.
- b) Bei welcher Zustandsänderung wird mehr Wärme übertragen?
- c) Wie groß ist die Differenz zwischen der spezifischen inneren Energie im Zustand 1  $u_1$  und der spezifischen inneren Energie im Zustand 3  $u_3$ ?
- d) Wenn die gleichen Aufgabenteile a-c für ein reales Gas gestellt würden: Welche dieser Aufgabenteile müssten Sie neu beantworten, da die Antwort möglicherweise anders aussähe? Denken Sie daran, Ihre Aussage zu begründen.

Nun sollen 5 kg siedenden Wassers bei 100 bar (Zustand 1) betrachtet werden, die isobar vollständig verdampft werden (Zustand 2). Danach findet eine teilweise Kondensation, die isochor erfolgt, bis zum Druck 10 bar (Zustand 3) statt.

- e) Geben Sie Temperatur, Volumen und Enthalpie des Wassers an allen drei Punkten an.
- f) Wie groß ist die isobare Wärmekapazität  $c_p$  bei der Zustandsänderung 1-2 und wie groß die mittlere isochore Wärmekapazität  $c_v$  bei der Zustandsänderung 2-3?

KF: p-T-Diagramm mit nach links geneigter Schmelzdruckkurve für Wasser und mit nach rechts geneigter Schmelzdruckkurve für CO<sub>2</sub>.

a) sanft ansteigende ZÄ von unten links nach oben rechts. Dann steile ZÄ von oben rechts nach unten links bis zur Ausgangstemperatur. Flächen jeweils unter den ZÄ repräsentieren die übertragenen Wärmen.

b) Isobar.

c) Da Ausgangs- und Endtemperatur gleich sind und die Innere Energie eines Idealen Gases nur von der Temperatur abhängt, ist die Differenz der inneren Energie gleich Null.

d) a) und b) blieben gleich, da auch für reale Stoffe  $c_p$  immer größer als  $c_v$  ist. c) müsste anders beantwortet werden, da für reale Stoffe  $U = U(T,p)$  ist und nicht mehr nur von T abhängt.

e) Die meisten Werte lasen sich direkt aus der Drucktafel bei 100 bar bzw. 10 bar ablesen:

Zustand 1:  $t=311^\circ\text{C}$ ,  $p=100$  bar,  $h=1407$  kJ/kg,  $H=7035$  kJ

Zustand 2:  $t=311^\circ\text{C}$ ,  $p=100$  bar,  $h=2725$  kJ/kg,  $H=13625$  kJ

Zustand 3:  $t=180^\circ\text{C}$ ,  $p=10$  bar,

Lediglich  $h_3$  muss über Tatsache ermittelt werden, dass das spezifische Volumen im Zustand 3 ( $=v''(100\text{bar})$ ) bekannt ist.

Daraus lässt sich der Dampfanteil ( $x=0,0876$ ) und dann auch die spezifische Enthalpie  $h=938,1$  kJ/kg bestimmen. Die Enthalpie der 5kg Wasser beträgt also 4690 kJ.

f) Bei der isobaren ZÄ im Naßdampfgebiet, wird Wärme ausgetauscht ohne dass sich die Temperatur ändert. Also gilt  $c_p \rightarrow \infty$ .  $c_v$  hingegen kann als  $\frac{\Delta U}{\Delta T}$  berechnet werden. Dabei ist  $\Delta u = \Delta(h - pv)$ .

$$\Delta u = 1624,8 \text{ kJ/kg}$$

$$c_v = 12,39 \text{ kJ/kgK}$$

Kurzfrage: In handelsüblichen Kühlschränken befindet sich ein Kältekreislauf mit Drossel. Welchen Vorteil hätte die Verwendung einer Turbine statt der Drossel? Warum wird trotzdem eine Drossel verwendet?

In einem adiabaten Büro arbeiten einige Ingenieure an einem neuartigen Verfahren zur Luftverflüssigung. Damit die Temperatur in dem Büro trotz der Wärmeabgabe von  $\frac{125 W}{\text{Ingenieur}}$  (es sollen keine weiteren Wärmequellen berücksichtigt werden) nicht steigt, wird folgende Anlage betrieben:

Es werden  $200 \frac{g}{s}$  Luft (ideales Gas) aus dem Büro von einem idealen adiabaten Verdichter angesaugt und verdichtet. Danach gibt die Luft isobar in einem Wärmeübertrager einen Wärmestrom von  $4500 W$  an die Umgebung (außerhalb des Büros) ab. Nach der Wärmeabgabe hat die Luft eine Temperatur  $T_3 = 350 K$  und einen Druck  $p_3 = 2,3 bar$ . Als letzter Schritt wird die Luft in einer Turbine auf den im Büro herrschenden Druck von  $1 bar$  entspannt und mit einer Temperatur  $T_4 = 10^\circ C$  an das Büro abgegeben. Die von der Turbine bereitgestellte technische Arbeit, wird dem Verdichter ohne weitere Verluste über eine Welle zugeführt.

- Wie hoch ist die Lufttemperatur im Büro (weit entfernt von der Kaltluftzufuhr)?
- Wie groß ist der isentrope Wirkungsgrad der Turbine? Wie groß die technische Verlustarbeit, die beim Entspannen auftritt.
- Ist die in der Turbine dissipierte Energie größer oder kleiner als die technische Verlustarbeit?
- Wie groß ist der Leistungsbedarf des Verdichters? Wie groß ist der Bedarf an technischer Arbeit (elektrischem Strom), die der Klimaanlage pro Zeit zugeführt werden muss?

Gehen Sie ab hier von einer Leistungsaufnahme der gesamten Klimaanlage von  $2,5 kW$  aus.

- Wie viele Ingenieure arbeiten in dem Büro?
- Wie groß ist die Leistungszahl der Klimaanlage? Ein anderer Hersteller von Klimaanlagen bietet eine Klimaanlage mit einer Leistungszahl von  $\varepsilon = 1,2$  an. Würden Sie die nächste Klimaanlage bei dem anderen Hersteller kaufen, sofern der Preis gleich ist?

Gehen Sie ab hier von einer Temperatur im Büro von  $20^\circ C$  aus.

- Im Kaltluftstrom der Klimaanlage, der in das Büro geblasen wird, wird eine relative Feuchte von  $90\%$  gemessen. Wie hoch ist die relative Feuchte in der Büroluft (weit entfernt von der Kaltluftzufuhr)? Gehen Sie davon aus, dass in der Klimaanlage keine Kondensation stattfindet.

KF: Eine Turbine würde die Kälteleistungszahl erhöhen (und damit den Stromverbrauch senken). Eine Turbine ist allerdings viel teurer als eine Drossel. Daher werden Drosseln verbaut.

a) Punkt 3 ist bekannt.  $T_2$  lässt sich berechnen über  $\dot{Q}_{2,3} = \dot{m}c_p(T_3 - T_2)$  zu  $T_2 = 372,36 K$   
 $p_2 = p_3 = 2,3 \text{ bar}$

Da der ideale, adiabate Verdichter die Luft isentrop verdichtet kann aus  $p_1 = 1 \text{ bar}$  sowie der Kenntnis von  $p_2$  und  $T_2$  und  $\kappa = 1,4$  die Temperatur  $T_1 = T_{Raum} = 293,5 K$  bestimmt werden. (adiabat isentrope ZÄ für ideales Gas)

b) Aus  $T_3$ ,  $p_3$  und  $p_4 = 1 \text{ bar}$  lässt sich die fiktive Endtemperatur einer adiabaten, isentropen Entspannung  $T_4^* = 275,9 K$  bestimmen.

Aus  $T_3$ ,  $T_4^*$  und  $T_4 = 283,15 K$  (ideales Gas:  $h \sim T$ ) lässt sich der Wirkungsgrad der Turbine  $\eta = 0,902$  bestimmen.

Die technische Verlustarbeit ist die Differenz zwischen der tatsächlich geleisteten Arbeit  $W_{t,34} = \dot{m}(h_4 - h_3) = \dot{m}c_p(T_4 - T_3) = 13450 W$  und der von einer idealen Turbine geleisteten Arbeit  $W_{t,34^*} = \dot{m}(h_4^* - h_3) = \dot{m}c_p(T_4^* - T_3) = 14913 W$ :

$$W_{t,V} = 1463 W$$

(Da die Aufgabe hier nicht eindeutig gestellt ist, wäre eine Berechnung der Arbeit pro kg statt pro Zeit auch eine korrekte Bearbeitung der Aufgabe)

c) Bei Turbinen ist die technische Verlustarbeit stets kleiner als die dissipierte Energie.

d) Die benötigte Leistung berechnet sich über  $\dot{m}c_p(T_2 - T_1) = 15866 W$ .

Die Klimaanlage benötigt eine elektrische Leistung, die der Differenz zwischen Bedarf des Verdichters und Abgabe der Turbine entspricht:  $15866 W - 13450 W = 2416 W$

e) Für eine Klimaanlage gilt, dass die Summe aus aufgenommener technischer Leistung und kaltem Wärmestrom gleich dem Abwärmestrom auf dem hohen Temperaturniveau ist.

Also gilt:  $\dot{Q}_K = 4500 W - 2500 W = 2000 W$ .

Die Anzahl der Ingenieure (= Wärmequellen) berechnet sich über  $2000 W / 125 \frac{W}{\text{Ingenieur}} = 16 \text{ Ingenieure}$ .

f) Leistungszahl = Kälteleistung / technische Arbeit =  $2000 W / 2500 W = 0,8$

Es sollte bei dem anderen Hersteller gekauft werden. Je größer die Leistungszahl, desto besser. Leistungszahlen, die größer als eins sind, sind möglich und durchaus realistisch.

g) Der Sättigungsdruck bei  $10^\circ C$  beträgt  $0,0123 \text{ bar}$ . Der Partialdruck des Wasser beträgt  $90\%$  davon =  $0,0111 \text{ bar}$ . Der Sättigungsdruck bei  $20^\circ C$  (Büro) beträgt  $0,0234 \text{ bar}$ .  $0,0111 \text{ bar}$  bezogen auf  $0,0234 \text{ bar}$  sind  $47,3\%$ .