Institut für Thermodynamik
Technische Universität Braunschweig
Prof. Dr. Jürgen Köhler

22. August 2022

Klausur zur Vorlesung Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
Verwenden Sie ausschließlich die im Lehrbuch angegebenen Dampftafeln.

Aufgabe 1: *Schnellkochtopf* 12 von 50 Punkten

In einer Küche in Braunschweig ($t_U = 20°C$) wird ein Schnellkochtopf betrieben. Dieser verfügt über einen fest und dicht mit dem Topf verbindbaren Deckel, in dem sich ein Ventil befindet, das ab einem vom Koch wählbaren Druck zwischen 1 bar und 2 bar öffnet und somit dafür sorgt, dass dieser Druck im Inneren des Topfes nicht überschritten wird. Der Topf ($V_T = 4\,Liter$) wird zu Beginn der Betrachtung zur Hälfte mit Suppe gefüllt, die zunächst eine Temperatur von $t_1 = 20°C$ hat. Die im Topf gekochte Suppe ist wohlschmeckend; verhält sich aber ansonsten wie reines Wasser.

a) Bei welcher maximalen Temperatur kann die Suppe in diesem Schnellkochtopf gekocht gekocht werden?

b) Nach dem Einfüllen der Suppe wird der Topf verschlossen und das Ventil auf $p_{max} = 1{,}5\,bar$ gestellt. Dann wird dem Inhalt des Topfs für 5 Minuten und 45 Sekunden ein Wärmestrom $\dot{Q} = 2000\,W$ zugeführt. Welche Temperatur hat die Suppe danach? Gehen Sie für diesen Aufgabenteil vereinfachend davon aus, dass die Luft im Topf ursprüglich trocken ist und zwar ggf. Verdampfung aber keine Verdunstung stattfindet sowie dass flüssiges Wasser sich exakt isochor verhält und eine Wärmekapazität $c_{H_2O} = 4{,}18 \frac{kJ}{kg\,K}$ besitzt.
Denken Sie bei der Lösung der Aufgabe daran zu prüfen, ob die Suppe bereits teilweise verdampft ist und ob sich das Ventil geöffnet hat.

c) Nach langer Zeit der Wärmezufuhr, des Verdampfens und des Ausströmens aus dem Ventil befindet sich keine relevante Menge an Luft mehr in dem Topf, sondern nur noch $1{,}8\,kg$ Suppe. Welche Masse Suppe ist bis zu diesem Zeitpunkt vom flüssigen in den gasförmigen Aggregatzustand übergegangen?

a) $T = T_S(2\,bar)$=120,23 °C

b)Wir betrachten im Folgenden nur Suppe und nicht die Luft im Topf, da das Wasser eine ca. 1000 mal so große Masse hat außerdem eine mehr als doppelt so hohe Wärmekapazität.Die Luft ist nicht relevant. Eine Berücksichtigung würde ein Ergebnis liefern, das weniger als ein Promille abweicht. Den 2 kg Wasser werden 690 kJ (5 min, 45 sek lang 2 kW) Wärme zugeführt. Das würde bei geschlossenem Ventil und ohne Verdampfung zu einer Temperatur von 102,54 °C (Bei Berücksichtigung der Luft im Topf: 102,52) führen.

Da das Volumen des Wassers konstant sein soll, muss auch das Volumen der Luft konstant (2 Liter) sein. Aus der Idealgasgleichung ergibt sich damit ein Druck von 1,28 bar.

Da $T_s(1,28\,bar)$= 105,42°C und somit größer als 102,5°C ist, ist das Wasser noch flüssig. Und auch das Ventil ($p_{max} = 1,5bar > 1,28bar$) hat noch nicht geöffnet.

c) Nach langer Zeit ist $p = p_max$ = 1,5 bar. Somit herrscht im Topf eine Temperatur von $T_s(1,5\,bar)$=109,93°C. Für diesen Druck lassen sich v' und v" aus der Dampftafel ermitteln: v' = $0,00105kg/m^3$, v"=$1,2894kg/m^3$

Das spezifische Volumen im Topf beträgt $1,8kg/0,004m^3 = 0,002222$ und somit der Dampfgehalt x=0,000910. Die Masse im (immer noch) flüssigen Zustand läasst sich damit berechnen zu (1-x)*1,8kg = 1,798 kg.

In die Dampfphase sind somit übergegangen: 0,202 kg.

Aufgabe 2: *Herstellung von Eiswürfeln* 10 von 50 Punkten

In eine Eiswürfelmaschine strömt flüssiges Wasser, das die Umgebungstemperatur t_U und nahezu Umgebungsdruck ($p_u = 1\,bar$) hat, ein. Die Maschine produziert pro Stunde 40 kg Eiswürfel mit einer Kantenlänge von $3\,cm$ und einer Temperatur $t_k = -10°C$. Die Maschine nimmt eine elektrische Leistung $\dot{W}_{el} = 200\,W$ auf.

a) Zeigen Sie, dass die Umgebungstemperatur maximal bei $t_U = 12,61°C$ liegen darf, damit diese Maschine wie oben beschrieben zumindest theoretisch funktionieren kann.

b) Wie hoch wäre bei dieser maximalen Umgebungstemperatur der Wärmestrom, den die Maschine an die Umgebung abgeben muss?

In die Maschine strömt kontinuierlich flüssiges Wasser bei Umgebungstempertur ein und Eiswürfel aus. Um zu prüfen, ob die elektrische Leistung (reine Exergie) ausreicht, um das Eis herzustellen, muss berechnet werden, wie groß die Exergie des Eiswürfelstroms ist. Das geht über die Formel für die Exergie der Enthalpie, die der Leistung der Maschine entsprechen muss:
$\dot{W}_{ex} = \dot{m}((h_1 - h_u) - T_u(s_1 - s_u))$

Die Enthalpiedifferez lässt sich in drei Schritten ermitteln: Abkühlen bis 0°C (-12,61K * 4,18 kJ/kgK), Gefrieren (-334 kJ/kg), Abkühlen bis -10°C (-10K * 2,1 kJ/kgK). Also insgesamt -407,73 kJ/kg
Die Entropiedifferenz lässt sich in den selben drei Schritten berechnen: 4,18 kJ/kgK * ln(273,15/285,76), -334 kJ/kg /273,15K und 2,1 kJ/kgK * ln (263,15/273,15). Also insgesamt -1,49kJ/kgK. Multipliziert mit Tu ergibt sich -425,73 kJ/kg

Somit ergibt sich eine spezifische Exergie von 17,99 kJ/kg. Mutlipliziert man diesen Wert für die spezifische Exergie mit dem Massestrom (40 kg/h = 0,01111 kg/s) ergibt sich eine Leistung 0,2kW.

Das entspricht der Leistung aus der Aufgabenstellung und der Beweis ist erbracht.

b) Der erste Hauptsatz liefert $\dot{Q} = \dot{m}(h_2 - h_1) + W_t = 0,01111 kg/s \cdot 407,73 kJ/kg + 0,2 kJ/s = 4,73 kW$.

Aufgabe 3: *Gemischte Fragen* 14 von 50 Punkten

Beantworten Sie die folgenden kurzen Fragen und denken Sie daran, Ihre Antwort stets durch eine Rechnung oder Erklärung zu begründen.

a) Eine Wärmepumpe hat eine Leistungszahl von $\epsilon_{WP} = 3$. Wie groß ist bei dieser das Verhältnis von abgegebener zu aufgenommener Wärme?

b) In einem perfekt isolierten Gefäß befindet sich flüssiges Wasser bei Normaldruck mit 300g Eis im thermischen Gleichgewicht. Wieviel Wasser bei 80°C muss mindestens zugegossen werden, damit das gesamte Eis schmilzt?

c) In einem Labor wird Luft (Masse trockene Luft: 0,03 kg) mit einer Temperatur von $t_1 = 20°C$, einem Druck $p = 2\,bar$ und einer relativen Feuchte von $\varphi_1 = 0{,}65$ innerhalb von 2 Minuten isobar auf $t_2 = 80°C$ aufgeheizt. Ermitteln Sie, wie groß ein kontinuierlicher Wärmestrom sein muss, der der Luft zugeführt wird. Berechnen Sie die relative Luftfeuchte und den Partialdruck des Wasserdampfes $p_{D,2}$ in der Luft nach der Erwärmung.

d) Sie verschließen eine Luftpumpe mit einem Finger und drücken die enthaltene Luft dann reversibel/adiabat zusammen. Zeichen Sie die dabei von Ihnen mit Muskelkraft zu verrichtende Arbeit qualitativ richtig in ein p-v-Diagramm ein. Diskutieren Sie kurz, ob dies der Volumenänderungsarbeit an der eingeschlossenen Luft entspricht und welche Rolle die Umgebungsluft spielt.

e) Für einen Stoff sei Ihnen die Funktion der Entropie in Abhängigkeit von Enthalpie und Druck gegeben. Beschreiben Sie das prinzipielle Verfahren, um die innere Energie dieses Stoffes bei gegebener Entropie und gegebenem Druck zu bestimmen.

a) Die WP stellt mit einem Teil Strom drei Teile Wärme bereit. Also werden 2 Teile Wärme aus der Umgebung aufgenommen. Also ist das gesuchte Verhältnis der Wärmen 3/2 = 1,5.

b) Zum Schmelzen werden 0,3 kg * 334 kJ/kg = 1002 kJ benötigt. (Am flüssgen Wasser - egal wie viel davon vorhanden ist - ändert sich nichts)
Die Wärme stellt das zugeführte Wasser mit der Masse m bereit, das abkühlt: 100,2kJ = m * 80K * 4,18 kJ/K. Daraus folgt, dass eine Masse von 0,300 g hinzugefügt werden muss.

c)Aus der relativen Luftfeuchte und dem Sättigungsdruck bei 20°C (ps(20)=0,0234 bar) ergibt sich ein Partialdruck von 1521 pas und damit eine Wasserbeladung x1=x2 von 4,767 g/kg. Damit ergibt sich ein $\Delta h = (80 - 20)K(c_{p,L} + x \cdot c_{p,D}) = 60,91 kJ/kg$.
Multipliziert mit der Masse ergibt sich eine Wärmebedarf von 1,827 kJ und eine Wärmestrom von 15,2 Watt.
Der Partialdruck des Wassers ändert sich bei eienr isobaren Wäremzufuhrt nicht. Er bleibt

bei 1521 pas. Bezogen auf den Sättigungsdruck bei 80°C (ps(80)=47360 pas) ergibt sich aber eine neue rel. Feuchte von 3,21 Prozent.

d)

e) $S(H,p) \Rightarrow H(S,p)$
$H = U + pV \Rightarrow U = H - pV$ Nur V ist noch unbekannt. V aus Guggenheim-Schema
$V = (dH/dp)_s \Rightarrow U = H(S,p) - p(dH/dp)_s$

Aufgabe 4: *Kreisprozess* 14 von 50 Punkten

In einer Umgebung mit der Temperatur $t_U = 10°C$ durchläuft in einem geschlossenen Prozess Luft (ideales Gas, $c_p = 1006\,\frac{J}{Kkg}$, $c_v = 718\,\frac{J}{Kkg}$) folgende Schritte:

1-2 Isobare Wärmezufuhr bis $t_2 = 680°C$.

2-3 Adiabat isentrope Expansion in einer Turbine, so dass folgendes Dichteverhältnis gilt: $\frac{\rho_2}{\rho_3} = 1{,}92$

3-4 Wärmeabgabe an die Umgebung in einem Wärmeübertrager, in dem ein Druckverlust auftritt.

4-1 Verdichtung mit einem adiabaten, reibungsbehafteten Verdichter.

Weitere Informationen: Der Verdichter nimmt eine Leistung von $210\,kW$ auf und saugt einen Massenstrom von $2\,\frac{kg}{s}$ an. Innerhalb des Kreisprozesses ist der niedrigste auftretende Druck $1\,bar$ und die niedrigste auftretende Temperatur 50°C.

Lösen Sie folgende Aufgaben, die sich auf den oben beschriebenen Kreisprozess beziehen:

a) Zeichnen Sie den Prozess inkl. der gegeben Drücke und Temperaturen in ein T-s Diagramm ein!

b) Bestimmen Sie die Temperatur T_1!

c) Bestimmen Sie den zugeführten Wärmestrom $\dot{Q}_{1-2}$.

d) Bestimmen Sie die von der gesamten Anlage abgegebene technische Arbeit pro Zeit $\dot{W}_t$.

e) Der im Verdichter auftretende Arbeitsverlust durch Irreversibilitäten pro Zeit beträgt $\dot{W}_{V,irrev} = 7,171\,kW$. Bestimmen Sie den Druck p_1 und den isentropen Verdichterwirkungsgrad $\eta_{S,V}$ des Verdichters.

f) Wie groß ist der Druckverlust, der während der Wärmeabgabe an die Umgebung auftritt?

b) Aus dem Massenstrom und der Leistung des Verdichters ergibt sich h1-h4 = 105 kJ/kg. Mit der Wärmekapazität von Luft, der Tempertur T4=50°C und dem Massenstrom ergibt sich die Temperatur nach der Verdichtung T1=427,5 K.

c) Der Wärmestrom ergibt sich aus $\dot{Q} = \dot{m} c_p \Delta T$ mit den Temperaturen 427,5°C und nach der Wärmezufuhr 680°C zu $\dot{Q} = 1057,6\,kW$

d) Die gesuchte Leistung berechnet sich aus der Differenz von zugeführter Arbeit (210kW) und von der Turbine abgegebener Leistung. Letztere muss also berechnet werden. Das Verhältnis der spezifischen Volumina v3/v2 ist lt. Aufgabe 1,92. Damit und mit Kappa und der bekannten Temperatur T2 lässt sich aus der adiabat isentropen ZA T3 berechnen zu T3=734,2K. Die abgegebene Leistung errechnet sich dann wie im letzten Aufgabenteil aus der Enthalpie respektive Temperturdifferenz: $\dot{W}_{t,2-3} = \dot{m} c_p \Delta T = -440,4\,kW$. Die insgesamt abgegebene Lesitung beträgt also 230,4 kW.

e) Mittels des Arbeitsverlusts durch Irreversibiltitäten, dem Massenstrom und der Umgebungstemperatur ergibt sich s1-s4 = 12,663 kJ/kgK. Für das ideale Gas lässt sich ebenfalls die spezifische Entropiedifferenz mittels den Temperaturen T1 und T4 sowie den Drücken p1 und p4 formulieren. Mittels der berechneten Entropiedifferenz lässt sich die Gleichung nach p1 umformen und p1 zu 2,55 bar bestimmen. Basierend auf p1 lässt sich anschließend die fiktive Temperatur für einen reversiblen Verdichter $T_{1,isen.} = 422{,}31K$ bestimmen. Diese wird wiederum zur Bestimmung des isentropen Verdichterwirkungsgrads verwendet: $\eta_{S,V}$ = 0,95.

f) Aus p1=p2 , Kappa und dem gegebenen Dichteverhältnis lässt sich für die adiabat isentrope ZÄ p3=1,0237 bar bestimmen. Der Druckverlust ergibt sich mittels der Differenz zu p4 = 1bar zu $\Delta p = 2366 Pa$