

## Klausur zur Vorlesung Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!  
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.  
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.  
Verwenden Sie ausschließlich die im Lehrbuch angegebenen Dampf tafeln.  
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

### Aufgabe 1: *Luftverflüssigung nach Linde*

17 von 50 Punkten

Bei dem Luftverflüssigungsverfahren nach Linde durchläuft Luft aus der Umgebung (Zustand 1) im Anschluss an eine isotherme Kompression einen Gegenstromwärmeübertrager, in dem sie abgekühlt wird (auf Zustand 3). Die folgende adiabate Drosslung führt zu einer weiteren Absenkung der Temperatur, so dass sich die Luft nun im Nassdampfgebiet befindet (Zustand 4). Der flüssige Teil der Luft (Zustand 4') wird entnommen, der gasförmige Teil (Zustand 4'') strömt isobar durch den oben bereits erwähnten Gegenstromwärmeübertrager und danach im Zustand 5 ( $p_5 = p_u = 1 \text{ bar}$ ) in die Umgebung.

In der betrachteten Anlage verlassen  $0,3 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$  Luft den Verdichter mit einer Temperatur  $t_1 = 18^\circ\text{C}$ . Die Anlage stellt  $0,0195 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$  flüssige Luft bereit.

Dem Verdichter wird eine technische Leistung  $\dot{W}_t = 16,75 \text{ kW}$  zugeführt. Weiterhin gibt er den Wärmestrom  $\dot{Q} = 27,5 \text{ kW}$  an die Umgebung ab.

Achtung: Luft verhält sich bei hohen Drücken und sehr niedrigen Temperaturen nicht mehr wie ein ideales Gas.

- Bestimmen Sie den Dampfanteil  $x$  und die spezifische Enthalpie der gasförmigen Phase hinter der Drossel.
- Bestimmen Sie die spezifische Enthalpie im Zustand 3 vor der Drossel.
- Bestimmen Sie die spezifischen Enthalpien in den Zuständen 1 und 2.
- Auf welchen Druck  $p_2$  wird die Luft verdichtet?
- Wie groß ist der Wärmestrom, den die Luft im Wärmeübertrager bei der Zustandsänderung 2-3 abgibt? Wie groß ist die spezifische Wärme, die die Luft im Wärmeübertrager bei der Zustandsänderung 4''-5 aufnimmt? Welche Temperatur hat die Luft beim Austreten in Zustand 5?

Fortsetzung Aufgabe 1

- f) Erläutern Sie mithilfe eines geeigneten Diagramms, warum man zur Luftverflüssigung einen internen Wärmeübertragers benötigt und die Verflüssigung nicht durch eine hinreichend große Verdichtung und anschließende Drosselung erreichen kann.

Stoffwerte für Luft (gasförmig)

Spezifische Enthalpie [ $kJ/kg$ ] in Abhängigkeit von Druck und Temperatur:

	293,15 K	273,15 K	190 K	170 K	150 K	130 K	110 K
1 bar	?	273,3	-	-	-	-	-
180 bar	259,4	233,4	104,5	62,5	21,3	-18,3	-56,3
200 bar	257,0	230,6	100,1	60,3	20,7	-17,9	-55,2

Stoffwerte für Luft (2-phasen-Gebiet flüssig/dampfförmig)

p [bar]	T[K]	h' [kJ/kg]	h'' [kJ/kg]	v' [ $m^3/kg$ ]	v'' [ $m^3/kg$ ]
1,0	81	-126,5	79,0	0,226	0,00114
1,1	82	-124,9	79,6	0,207	0,00114
1,5	84	-119,2	81,6	0,155	0,00116

a) Aus  $m_{gesamt} = 0,3 \frac{kg}{s}$  und  $m_{fluessig} = 0,0195 \frac{kg}{s}$  ergibt sich ein Dampfanteil von  $(0,3 - 0,0195)/0,3 = 93,5$  Prozent. Das 2-Phasengemisch liegt bei Umgebungsdruck vor. Für 1 bar kann aus der Dampftafel für Luft die Enthalpie  $h'' = 79 kJ/kg$  abgelesen werden.

b) Aus  $h'$  und  $h''$  bei 1 bar kann  $h_4$  ermittelt werden. Da sich bei einer idealen Drosselung die Enthalpie nicht ändert, ist  $h_3 = h_4 = 65,6 kJ/kg$ .

c)  $h_1(18^\circ C) = h(0^\circ C, 1 \text{ bar}) + c_p \cdot 18 K = 291,4 kJ/kg$

$$h_2 = h_1 + \frac{\dot{W}_{t,Verdichter} - \dot{Q}_{Verdichter}}{\dot{m}} = h_1 + \frac{16,75 kW - 27,5 kW}{0,3 \frac{kg}{s}} = 255,6 kJ/kg$$

d) Zunächst müssen bei 180 bar und 200 bar die Enthalpien für  $18^\circ C$  durch interpolation ermittelt werden. Danach kann durch Interpolation dazwischen der gesuchte Druck mit der bekannten Enthalpie  $h_2$  ermittelt werden: 190 bar.

e)  $q_{2-3} = h_3 - h_2 = -190 kJ/kg$ . Absolut entspricht das einem Wärmestrom vom  $190 kJ/kg \cdot 0,3 kg/s = -56,98 kW$ . Wird dieser Wärmestrom auf den Abgasmassenstrom bezogen ergibt sich eine spezifische zugeführte Wärme von  $56,98 kW / 0,2805 kg/s = 203 kJ/kg$ .

f) Da die Isenthalpen in einem T-S-Diagramm ein lokales Maximum haben und nicht monoton abfallen, erreicht man auch bei beliebig großer Verdichtung nie eine Isenthalpe, die ins ND-Gebiet führt.

Kurzfrage: Warum ist bei der isothermen Verdichtung eines idealen Gases die technische Arbeit genauso groß wie die Volumenänderungsarbeit?

In einem adiabaten, zylinderförmigen Behälter befindet sich eine reibungslos entfernbar Trennwand, die das Gesamtvolumen in zwei Teilvolumina unterteilt: In einem Drittel des Gesamtvolumen befindet sich Sauerstoff ( $M = 32 \frac{g}{Mol}$ ) und in zwei Dritteln befindet sich Stickstoff ( $M = 28 \frac{g}{Mol}$ ). Beide Gase verhalten sich wie ideale Gase und haben eine Temperatur  $t_1 = 20^\circ C$ . Die Gase in beiden Kammern haben die identische Dichte.

Die Trennwand wird nun entfernt und die Gase vermischen sich ideal. (Die Gase beeinflussen sich also nicht gegenseitig)

- Welche Temperatur stellt sich nach dem Entfernen der Trennwand ein?
- Wird die Entropie des Gesamtsystems (beide Gase) sinken, gleich bleiben oder steigen? Denken Sie daran, Ihre Antwort zu begründen!
- Berechnen Sie jeweils die Änderung der spezifischen Entropien für beide Gase.
- Berechnen Sie die Änderung der spezifischen Entropie des gesamten Systems.

KF: Da  $p \cdot V = \text{konst}$  somit ist Integral über  $p dV$  gleich Integral  $V dp$ . Alternative Begründung:  $w_v = q$  (siehe Tab.D.14) und aus dem 1.HS folgt  $w_t = q$ ; also muss  $w_v = w_t$  sein.

a) Die Temperatur eines idealen Gases hängt nur von der inneren Energie ab, die sich durch das reibungsfreie Öffnen der Trennwand nicht verändert. Also ändert sich auch die Temperatur nicht.

b) Jede Vermischung (= Ausgleichsvorgang entlang eines Konzentrationsgradienten) ist ein irreversibler Vorgang; somit entsteht Entropie.

c) Die Änderung der spezifischen Entropie lässt sich über  $s_1 - s_0 = R \ln(v_1/v_0) + c_v \ln(T_1/T_0)$  berechnen. Da sich die Temperatur nicht ändert, verbleibt nur der erste Term:

$$\text{Sauerstoff: } s_1 - s_0 = 260 \frac{J}{kgK} \ln(3/1) = 285 \frac{J}{kgK} \quad \text{Stickstoff: } s_1 - s_0 = 297 \frac{J}{kgK} \ln(3/2) = 120 \frac{J}{kgK}$$

d) Da in beiden Kammer zu Beginn die identische Dichte vorliegt, ist  $V_1/V_2 = m_1/m_2$ . Also können die beiden spezifischen Entropieänderungen mit den Volumina gewichtet werden:

$$\text{Mischung: } s_1 - s_0 = 1/3 * 285 \frac{J}{kgK} + 2/3 * 120 \frac{J}{kgK} = 175 \frac{J}{kgK}$$

Kurzfrage: Welche Aggregatzustände oder Mehrphasengebiete kann eine kubische Zustandsgleichung beschreiben?

In einer Druckluftflasche (Volumen  $V = 12\text{ l}$ ) befinden sich  $0,165\text{ g}$  trockene Luft, die als ideales Gas betrachtet werden können. Die Luft in der Flasche hat einen Druck von  $p_1 = 0,01\text{ bar}$ . Für die Umgebungsluft gilt:  $t_u = 20^\circ\text{C}$  und  $p_u = 1,0\text{ bar}$ .

- Wie lange könnte ein idealer Druckluftmotor, der an die Flasche angeschlossen ist, eine Leistung  $W_t = 10\text{ mW}$  bereitstellen?
- Welche Zustandsänderungen müsste die Luft in diesem Motor durchlaufen?
- Falls es sich um mehr als eine Zustandsänderung handelt: Bestimmen Sie Druck und Temperatur der Zwischenzustände!
- Zeichnen Sie die Zustandsänderungen qualitativ korrekt in ein p-V-Diagramm ein und kennzeichnen Sie die Arbeitsfähigkeit des Systems in Zustand 1.

KF) Flüssig, Gas und Naßdampfgebiet.

- Unbekannt ist die Temperatur der Luft in der Flasche. Diese lässt sich aber aus der Idealgasgleichung berechnen:  $T = \frac{pV}{mR} = \frac{1000\text{ pas} \cdot 0,012\text{ m}^3}{0,000165\text{ kg} \cdot 287\text{ J/kgK}} = 253,4\text{ K}$

Dann muss die Exergie der inneren Energie ausgerechnet werden:

$$U = U_1 - U_u + p_u(V_1 - V_u) - T_u(S_1 - S_u) \\ = mc_v(T_1 - T_u) + p_u(V_1 - \frac{mRT_u}{p_u}) - T_u(c_p \ln(t/T_u) - R \ln(p/p_u)) = 1124\text{ J}.$$

Diese Exergie muss durch die benötigte Leistung geteilt werden, um die gesuchte Zeit zu erhalten:  $1124/56\text{ s} = 31,2\text{ Stunden}$

b) Isentrop bis  $T = T_u$  und dann isothermo bis  $p = p_u$

c) Isentrope ZÄ vom Ausgangszustand auf  $293,15\text{ K}$  (=gesuchte Temperatur) ergibt mit  $p/p_1 = (\frac{T}{T_1})^{\kappa/\kappa-1}$  mit  $\text{Kappa} = 1,4$  einen Druck von  $1665\text{ pas}$ .

- a) An einem heißen Sommertag gelangt beim Lüften warme Luft mit  $\varphi_a = 50\%$  und einer Temperatur  $t_a = 38^\circ\text{C}$  in eine vergleichsweise kalte Altbauwohnung, in der die Luft auf  $t_i = 20,5^\circ\text{C}$  abgekühlt wird. Besteht dabei die Gefahr einer Kondensatbildung? Falls ja: Wieviel Prozent des Wassers kondensieren?
- b) Zeigen Sie mithilfe der Gleichung B3 aus Anhang B des Lehrbuchs, dass die innere Energie  $U$  eines idealen Gases nur von dessen Temperatur und nicht von seinem Druck abhängt.
- c) Im Innenraum eines elektrisch beheizten Backofens (Widerstandsheizung) brennt während des gesamten Backvorgangs eines Kuchens (45 Minuten) eine kleine Lampe ( $W_{el} = 5\text{ W}$ ). Der Besitzer des Backofens backt jeden Sonntag einen Kuchen. Wieviel Energie müsste dem Backofen pro Jahr weniger zugeführt werden, wenn der Kuchen im Dunkeln gebacken würde? (Die Frontscheibe des Backofens ist so stark verschmutzt, dass man sowieso nicht in den Ofen schauen kann.)
- d) Eine Wärmepumpe hat eine Leistungszahl  $\varepsilon_{WP} = 4,5$ . Sie nimmt Wärme aus der Umgebung ( $t_u = 5^\circ\text{C}$ ) auf und gibt sie an ein Heizungssystem ( $t_h = 35^\circ\text{C}$ ) ab. Wie groß ist der exergetische Wirkungsgrad dieser Wärmepumpe?  
Hinweis: Der exergetische Wirkungsgrad setzt im Gegensatz zur Leistungszahl keine Energieströme, sondern Exergieströme zueinander ins Verhältnis. Er ist das Verhältnis von exergetischem Nutzen zu exergetischem Aufwand.
- a) Am einfachsten lässt sich die Aufgabe grafisch lösen: Zunächst wird der Zustandspunkt der Aussenluft im h-x-Diagramm bei  $\varphi_a = 50\%$  und  $t_a = 38^\circ\text{C}$  gesucht. Von dort geht man senkrecht nach unten, bis man auf die  $20,5^\circ\text{C}$  Isotherme trifft. Sofort erkennt man, dass man sich im gesättigten Bereich befindet. Es kondensiert also Wasser aus. Um herauszufinden, wie viel Wasser auskondensiert, folgt man der Isotherme bis zur Sättigungslinie und liest dort (senkrecht nach unten) die verbliebene Wasserbeladung  $x$  im gasförmigen Zustand ab. Diese kann mit der ursprünglichen Wasserbeladung verglichen werden.
- b) Der letzte Summand der Gleichung fällt weg, da bei einem geschlossenen Einstoffsystem  $dn$  immer gleich Null ist. Nun muss man die thermische Zustandsgleichung idealer Gase nach  $V$  umstellen und nach  $T$  bzw.  $p$  ableiten. Das Ergebnis wird in die verbliebenen Teile der Gleichung B3 eingesetzt. Nun kann man erkennen, dass die Klammer vor dem  $dp$  zu Null wird und es somit keine Abhängigkeit vom Druck, sondern nur noch von der Temperatur, gibt. qed.
- c) Ob die Wärme in einer elektrischen Widerstandsheizung oder einer Glühbirne dissipiert wird, spielt keine Rolle. Es gibt KEINE Ersparnis, wenn die Lampe aus bleibt, da die Heizleistung der Lampe, dann durch die Heizung ersetzt wird. (Das Licht der Lampe verbleibt ja ebenfalls im Ofen)
- d) Die Heizwärme hat bei den gegebenen Temperaturniveaus einen Exergieanteil von  $\eta_c = 1 - \frac{T_u}{T} = 0,0974$ . Aus einem Aufwand von einer kWh Strom (reine Exergie) werden  $4,5\text{ kWh}$  Wärme, die eine Exergie von  $0,438\text{ kWh}$  Exergie (Nutzen) enthalten. Der exergetische Wirkungsgrad beträgt also  $0,438\text{ kWh} / 1\text{ kWh} = 43,8\text{ Prozent}$ .